Lista de Exercícios II - Programação Inteira

Prof. Manoel Campêlo

Exercício 1 *Reescrever o seguinte problema segundo uma formulação de programação linear inteira mista:*

$$\begin{array}{ll} \min & \sum_{j\in J} a_j x_j + \sum_{j \in J} b_j y_j \\ \textit{s.a:} & |x_i - x_j| \geq d_{ij}, \;\; i \neq j, i \in J, j \in J \\ & \;\; ou \\ & |y_i - y_j| \geq g_{ij}, \;\; i \neq j, i \in J, j \in J \\ & 0 \leq x_j \leq p_j,\; 0 \leq y_j \leq q_j,\; j \in J \end{array}$$

Exercício 2 *Colocar na forma de um problema de programação LINEAR 0-1 a seguinte formulação:*

$$\begin{array}{ll} \min & 3x_1 - x_2 + 2x_3 + 2x_1x_2 - 4x_1x_2x_3 + 5x_1^2x_3^2 \\ \textit{s.a:} & x \in \mathbb{B}^3 \end{array}$$

Exercício 3 *Resolver, usando o método branch-and-bound, os seguintes problemas:*

$$\begin{array}{ll} \min & 4x_1 + 5x_2 \\ \textit{s.a:} & 3x_1 + x_2 \geq 2 \\ & x_1 + 4x_2 \geq 5 \\ & 3x_1 + 2x_2 \geq 7 \\ & x_1, x_2 \in Z_+ \end{array} \qquad \begin{array}{ll} \max & 9x_1 + 5x_2 \\ \textit{s.a:} & 4x_1 + 9x_2 \leq 35 \\ & x_1 \leq 6 \\ & x_1 - 3x_2 \geq 1 \\ & 3x_1 + 2x_2 \leq 19 \\ & x_1, x_2 \in Z_+ \end{array}$$

Para cada problema, esboçar a árvore de enumeração e ilustrar no plano $x_1 \times x_2$ o particionamento do conjunto viável.

Exercício 4 *Resolver os problemas anteriores pelo método dos cortes de Gomory. Ilustrar no plano $x_1 \times x_2$ os cortes gerados.*

Exercício 5 *Resolver os problemas do exercício 3 pelo método branch-and-bound. Todavia, após resolver a relaxação e antes de particionar o problema, acrescentar um corte de Gomory. Ilustrar no plano $x_1 \times x_2$ o processo executado.*

Exercício 6 *Simplifique o seguinte problema, usando desigualdades lógicas válidas:*

$$\begin{array}{ll} \min & 5x_1 - 7x_2 - 10x_3 + 3x_4 - 5x_5 \\ \textit{s.a:} & \;\;\; x_1 + 3x_2 - 5x_3 + x_4 + 4x_5 \leq 0 \\ & -2x_1 - 6x_2 + 3x_3 - 2x_4 - 2x_5 \leq -4 \\ & \qquad\quad 2x_2 - 2x_3 - x_4 + x_5 \leq -2 \\ & x \in \mathbb{B}^5 \end{array}$$

Exercício 7 *Usando dualidade, mostre que se pode fixar $x_2 = x_3 = 1$ no seguinte PPL:*

$$\begin{array}{ll} \max & 2x_1 + x_2 - x_3 \\ \textit{s.a:} & 5x_1 - 2x_2 + 8x_3 \leq 15 \\ & 8x_1 + 3x_2 - 2x3 \geq 9 \\ & 0 \leq x_1 \leq 2, 0 \leq x_2 \leq 1, 1 \leq x_3 \leq 3 \end{array}$$

Exercício 8 *Considere o conjunto* $X = \{x \in \mathbb{B}^4 : x_i + x_j \leq 1, \forall 1 \leq i < j \leq 4\}$. *Derive as desigualdades* $x_1 + x_2 + x_3 \leq 1$ *e* $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \leq 1$ *pelo processo de Gomory-Chvátal.*

Exercício 9 *Em cada um dos casos abaixo, encontre uma desigualdade que separa o conjunto* X *do ponto dado.*

1. $X = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2_+ \times \mathbb{B}^1 : x_1 + x_2 \leq 2y, x_1 \leq 1, x_2 \leq 1\}$ *e* $(x, y) = (1, 0, 0.5)$.
2. $X = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2_+ \times Z^1_+ : x_1 + x_2 \leq 25, x_1 + x_2 \leq 8y\}$ *e* $(x, y) = (20, 5, 25/8)$.
3. $X = \{x \in Z^5_+ : 9x_1 + 12x_2 + 8x_3 + 17x_4 + 13x_5 \geq 50\}$ *e* $x = (0, 25/6, 0, 0, 0)$.
4. $X = \{x \in Z^4_+ : 4x_1 + 8x_2 + 7x_3 + 5x_4 \leq 33\}$ *e* $x = (0, 0, 33/7, 0)$.

Exercício 10 *Mostre que* $y_2 + y_3 + 2y_4 \leq 6$ *é válida para* $X = \{y \in Z^4_+ : 4y_1 + 5y_2 + 9y_3 + 12y_4 \leq 34\}$