Ex. 1 (Problema de produção) *Uma pequena fábrica de papel toalha manufatura três tipos de produtos A, B e C. A fábrica recebe o papel em grandes rolos. O papel é cortado, dobrado e empacotado. Dada a pequena escala da fábrica, o mercado absorverá qualquer produção a um preço constante. O lucro unitário de cada produto é respectivamente R$ 1,00, R$ 1,50, e R$ 2,00. O quadro abaixo identifica o tempo requerido para operação (em horas) em cada seção da fábrica, bem como a quantidade de máquinas disponíveis, que trabalham 40 horas por semana. Planeje a produção semanal da fábrica.*

Seção	*Produto A*	*Produto B*	*Produto C*	*Qde. Máquina*
Corte	*8*	*5*	*2*	*3*
Dobra	*5*	*10*	*4*	*10*
Empacotamento	*0,7*	*1*	*2*	*2*

Ex. 2 (Problema de produção) *Um fazendeiro tem 200ha de terra onde planeja plantar trigo, arroz e milho. A produção esperada, em Kg por hectare plantada, é de 1800, 2100 e 2900 para trigo, arroz e milho, respectivamente. Para atender ao consumo interno da fazenda, ele deve plantar pelo menos 12 ha de trigo, 16 ha de arroz e 20 ha de milho. Ele tem condição de armazenar no máximo 700t de grãos. Sabendo que o trigo dá um lucro de R$ 1,20 por Kg, o arroz de 60 centavos por Kg e o milho de 28 centavos por Kg, elabore um modelo de PL para planejar o plantio do fazendeiro que forneça o lucro máximo.*

Ex. 3 (Problema de escala) *Devido ao número inconstante de passageiros, uma companhia de ônibus necessita de um número variado de motoristas de acordo com o horário considerado. A tabela a seguir especifica a quantidade mínima de motoristas necessários. Considerando que cada motorista trabalha 8 horas seguidas e que o serviço pode começar apenas no início de cada turno, elabore um modelo de PL para definir um plano de trabalho que resulte n o número mínimo de motoristas.*

turno	*horário*	*mínimo de motoristas*
0	*1 às 5 horas*	*15*
1	*5 às 9 horas*	*30*
2	*9 às 13 horas*	*26*
3	*13 às 17 horas*	*32*
4	*17 às 21 horas*	*30*
5	*21 às 1 hora*	*19*

Assuma agora o salário base por turno seja S e que os motoristas ganham adicionais (percentuais do salário base), conforme os turnos trabalhados. Esses percentuais são, respectivamente, 5%, 2%, 0%, 0%, 0%, 3%, 2%. Modifique o modelo, visando a minimização do valor gasto com pagamento de salários.

Ex. 4 (Problema de investimento) *Karol tem $22.000 para investir durante 5 anos. No começo de cada ano, ele pode investir em aplicações de 1 ou 2 anos. O banco paga 8% de juros pela aplicação de 1 ano e 17% de juros pela de 2 anos. Além disso, o banco oferece no início do segundo ano um certificado de 3 anos, rendendo 27%. Se Karol reinveste todo o dinheiro disponível em cada ano, programe sua carteira de investimentos para mximizar o montante no final do quinto ano.*

Ex. 5 (Problema de transporte) *Uma empresa precisa abastecer n clientes a partir de n depósitos. A demanda do cliente $j = 1, 2, \ldots, n$ é b_j, enquanto a oferta máxima do depósito $i = 1, 2, \ldots, m$ é a_i. Deseja-se abastecer a demanda a custo mínimo, considerando um custo unitário c_{ij} de atender o cliente j a partir do depósito i. Elabore um modelo de PL para este fim. Como o modelo poderia ser simplificado caso cada depósito fosse capaz de atender sozinho toda a demanda, ou seja, $A_i \geq \sum_{j=1}^{n} B_j$ para todo $i = 1, 2, \ldots, n$?*

Ex. 6 (Problema de localização) *No problema anterior, considere que os depósitos ainda não estão disponíveis e que a instalação de i incorre em um custo fixo f_i. Elabore um modelo para derterminar o plano de abastecimento que minimize o custo total (de alocação e de transporte).*

Ex. 7 (Problema de alocação) *Em uma loja de departamentos existem n funcionários para serem distribuídos em m atividades. Respondendo a um questíonário, cada funcionário i atribuiu um grau de satisfação c_{ij} para desempenhar a atividade j. Cada funcionário só pode ser designado para uma atividade, e cada atividade só pode ser executada por um único funcionário. Supondo $m > n$, formule um modelo para alocar funcionários a atividades, maximizando o grau médio das designações efetuadas.*

Ex. 8 (Problema de corte unidimensional) *Deseja-se cortar uma barra de tamanho L em vários pedaços de n possíveis tipos. Cada pedaço i tem comprimento l_i, valor v_i e demandas mínima e máxima*

a_i e b_i. Elabore um modelo para determinar um plano de corte da barra que maximize o valor dos pedaços obtidos.

Ex. 9 (Problema de corte unidimensional) *Em uma obra, para a construção da estrutura, precisa-se de n pedaços de ferro, sendo que o pedaço i tem comprimento l_i. No estoque há disponíveis N barras, tendo a barra j comprimento L_j. Se uma barra é cortada, a parte que não é usada para produzir pedaços é considerada sobra. Elabore um modelo para determinar um plano de corte que minimize as sobras. Considere agora que se paga, por cada barra cortada j, um custo c_j. Mostre que uma solução que minimiza o custo também minimiza as sobras e vice-versa, se $c_j = \alpha L_j$, para todo j.*

Ex. 10 (Problema de corte unidensional com padrões) *Um* padrão de corte *de uma peça de dimensão L em itens de dimensões l_i, $i = 1, 2, \ldots, n$, pode ser representado por um vetor $a = (a_1, a_2 \ldots, a_n)$ tal que*

$$\sum_{i=1}^{n} l_i a_i \leq L, \quad a_i \in Z_+^n, i = 1, 2, \ldots, n.$$

Mais ainda, o padrão de corte é dito viável *se*

$$s := L - \sum_{i=1}^{n} l_i a_i \leq \min\{l_i : i = 1, 2, \ldots, n\}.$$

Formule o seguinte problema usando o conceito de padrões de corte viáveis.

Em uma fábrica é preciso cortar uma fita de aço de 120mm de largura em tiras de 23, 28 e 45mm, das quais se necessitam 2500, 4500 e 8000m, respectivamente. Como se deve cortar a fita para utilizar a menor quantidade do material? Para se obter a demanda de cada tira, é permitido cortar a fita em pedaços de qualquer tamanho não inferior a 10m.

Ex. 11 (Problema de cobertura de conjuntos) *Através de um estudo preliminar, o corpo de bombeiros de uma cidade identificou um conjunto N de possíveis localizações de postos de atendimento. Além disso, dividindo a cidade em um conjunto M de zonas, determinou o subconjunto M_j de zonas que podem ser atendidas pelo posto $j \in N$, considerando seu raio de abrangência. Sabendo que o custo de instalação de um posto j é c_j, elabore um modelo que determine a alocação de postos de custo mínimo, capaz de atender a toda a cidade.*

Ex. 12 (Problema de caminho mínimo) *Seja $G = (V, E)$ um grafo direcionado com custo c_{ij} atribuído a cada aresta $ij \in E$. Apresente um modelo para determinar o caminho mínimo entre dos vértices fixos s e t.*

Ex. 13 (Problema do caixeiro viajante) *Seja $G = (V, E)$ um grafo não-direcionado com custo c_{ij} atribuído a cada aresta $ij \in E$. Um ciclo hamiltoniano em G é um ciclo que visita todos os vértices uma única vez. Apresente um modelo para determinar o ciclo hamiltoniano de custo mínimo em G.*