Matemática Discreta
Revisão Lógica

Wladimir Araújo Tavares [1]

[1]Universidade Federal do Ceará - Campus de Quixadá

23 de agosto de 2016

Proposição

Definição

Uma proposição é um sentença afirmativa com sentido completo.
Exemplo:

- *O vinho é feito da uva.*
- *A cachaça é feita da cana-de-açúcar.*
- *O vinho é feito de uva e a cachaça é feita de cana-de-açúcar.*
- $2 > 3$.
- $2 > 3 \wedge 4 > 5$

Definição

Uma proposição é simples se não possui nenhuma outra proposição como parte integrante, caso contrário, dizemos que a proposição é composta.

Operadores Lógicos

- Os operadores (conectivos) lógicos estudados são:
  1. negação ($\neg$)
  2. conjunção ($\wedge$)
  3. disjunção ($\vee$)
  4. implicação ($\rightarrow$)
  5. dupla implicação ($\leftrightarrow$)

Negação

- A tabela-verdade para a negação:

p	$\neg p$
F	V
V	F

Conjunção

- A tabela-verdade para a conjunção:

p	q	$p \wedge q$
F	F	F
F	V	F
V	F	F
V	V	V

Disjunção

- A tabela-verdade para a disjunção:

p	q	$p \vee q$
F	F	F
F	V	V
V	F	V
V	V	V

Implicação

- A tabela-verdade para a implicação:

p	q	$p \to q$
F	F	V
F	V	V
V	F	F
V	V	V

Implicação

- Se é de Quixadá então é do Ceará.
- Ser quixadaense é suficiente para ser cearense.
- Ser cearense é necessário para ser quixadaense.
- Cearense toda vez que quixadaense.
- Quixadaense somente se cearense.

Condição suficiente

- P é suficiente para Q

Condição suficiente

- P é suficiente para Q
- $P \rightarrow Q$

Condição suficiente

- P é suficiente para Q
- $P \rightarrow Q$
- Ser quadrado é suficiente para ser retângulo.

Condição necessária

- P é necessário para Q

Condição necessária

- P é necessário para Q
- $\neg P \rightarrow \neg Q$

Condição necessária

- P é necessário para Q
- $\neg P \rightarrow \neg Q$
- $Q \rightarrow P$

Condição necessária

- P é necessário para Q
- $\neg P \rightarrow \neg Q$
- $Q \rightarrow P$
- Ter pelo menos 35 anos é uma condição necessária para ser presidente do Brasil.

Condição necessária

- P é necessário para Q
- $\neg P \rightarrow \neg Q$
- $Q \rightarrow P$
- Ter pelo menos 35 anos é uma condição necessária para ser presidente do Brasil.
- Se não tem pelo menos 35 anos então não pode ser presidente do Brasil.

Condição necessária

- P é necessário para Q
- $\neg P \rightarrow \neg Q$
- $Q \rightarrow P$
- Ter pelo menos 35 anos é uma condição necessária para ser presidente do Brasil.
- Se não tem pelo menos 35 anos então não pode ser presidente do Brasil.
- Se é presidente do Brasil então tem pelo menos 35 anos.

Dupla Implicação

- A tabela-verdade para a dupla implicação:

p	q	$p \leftrightarrow q$
F	F	V
F	V	F
V	F	F
V	V	V

Equivalência Lógica

Definição

Uma tautologia é uma proposição que necessariamente é verdadeira. Uma contradição é uma proposição que é necessariamente falsa. Uma proposição que não é uma tautologia nem uma contradição é chamada de contingência.

Example

- $p \vee \neg p$ é uma tautologia.
- $p \wedge \neg p$ é uma contradição.
- $p \vee q$ é uma contingência.
- $\neg(p \wedge q) \leftrightarrow (\neg p \vee \neg q)$ é uma tautologia.

p	$p \lor \neg p$	$p \land \neg p$
F	V	F
V	V	F

Tautologia, Contradição e Contingência

p	q	$p \wedge q$	$\neg(p \wedge q)$	$\neg p$	$\neg q$	$\neg p \vee \neg q$	$\neg(p \wedge q) \leftrightarrow \neg p \vee \neg q$
F	F	F	V	V	V	V	V
F	V	F	V	V	F	V	V
V	F	F	V	F	V	V	V
V	V	V	F	F	F	F	V

Equivalência Lógica

Definição

Duas proposições p e q são logicamente equivalentes se $p \leftrightarrow q$ é um tautologia. A notação $p \equiv q$ ou $p \Leftrightarrow q$ denota que p e q são logicamente equivalentes.

p	q	$\neg(p \wedge q)$	$\neg p$	$\neg q$	$\neg p \vee \neg q$	$\neg(p \wedge q) \leftrightarrow \neg p \vee \neg q$
F	F	V	V	V	V	V
F	V	V	V	F	V	V
V	F	V	F	V	V	V
V	V	F	F	F	F	V

Principais Equivalência Lógica

Equivalência	Nome
$p \wedge V \Leftrightarrow p$ $p \vee F \Leftrightarrow p$	Elemento neutro
$p \vee p \Leftrightarrow p$ $p \wedge p \Leftrightarrow p$	Idempotente
$p \vee q \Leftrightarrow q \vee p$ $p \wedge q \Leftrightarrow q \wedge p$	Comutativa
$p \vee (q \wedge r) \Leftrightarrow (p \vee q) \wedge (p \vee r)$ $p \wedge (q \vee r) \Leftrightarrow (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$	Distributiva
$p \vee \neg p \Leftrightarrow V$ $p \wedge \neg p \Leftrightarrow F$	Negação

Principais Equivalência Lógica

Equivalência	Nome
$p \vee V \Leftrightarrow V$ $p \wedge F \Leftrightarrow F$	Dominação
$\neg\neg p \Leftrightarrow p$	Dupla negação
$p \vee (q \vee r) \Leftrightarrow (p \vee q) \vee r$ $p \wedge (q \wedge r) \Leftrightarrow (p \wedge q) \wedge r$	Associativa
$\neg(p \vee q) \Leftrightarrow \neg p \wedge \neg q$ $\neg(p \wedge q) \Leftrightarrow \neg p \vee \neg q$	De Morgan
$p \rightarrow q \Leftrightarrow \neg p \vee q$ $p \rightarrow q \Leftrightarrow \neg q \rightarrow \neg p$ $p \leftrightarrow q \Leftrightarrow (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$	Condicional Contrapositiva Bicondicional

1. Mostre que a proposição $\neg(p \land q) \lor p$ é logicamente equivalente a $p \to (q \to p)$ usando as regras de equivalência.

$$
\begin{array}{rcll}
\neg(p \land q) \lor p & \Leftrightarrow & (\neg p \lor \neg q) \lor p & \text{De Morgan} \\
& \Leftrightarrow & \neg p \lor (\neg q \lor p) & \text{Associativa} \\
& \Leftrightarrow & \neg p \lor (q \to p) & \text{Condicional} \\
& \Leftrightarrow & p \to (q \to p) & \text{Condicional}
\end{array}
$$

Regras de Equivalência Lógica

1. Mostre que a proposição $\neg p \rightarrow \neg(p \wedge q)$ é logicamente equivalente a $q \rightarrow (p \vee \neg p)$ usando as regras de equivalência.

$$
\begin{array}{rcll}
\neg p \rightarrow \neg(p \wedge q) & \Leftrightarrow & (\neg\neg p) \vee \neg(p \wedge q) & \text{Condicional} \\
& \Leftrightarrow & p \vee \neg(p \wedge q) & \text{Dupla negação} \\
& \Leftrightarrow & p \vee (\neg p \vee \neg q) & \text{De Morgan} \\
& \Leftrightarrow & (p \vee \neg p) \vee \neg q & \text{Associativa} \\
& \Leftrightarrow & \neg q \vee (p \vee \neg p) & \text{Comutativa} \\
& \Leftrightarrow & q \rightarrow (p \vee \neg p) & \text{Condicional}
\end{array}
$$

Forma Normal Disjuntiva

p	q	F = ?
F	F	V
F	V	F
V	F	V
V	V	F

F = ?

Forma Normal Disjuntiva

p	q	F = ?
F	F	V
F	V	F
V	F	V
V	V	F

$$F = (\neg p \land \neg q)$$

Forma Normal Disjuntiva

p	q	F = ?
F	F	V
F	V	F
V	F	V
V	V	F

$$F = (\neg p \land \neg q) \lor (p \land \neg q)$$

Minimização da FND

$$
\begin{array}{lcll}
(\neg p \land \neg q) \lor (p \land \neg q) & \Leftrightarrow & (\neg p \lor p) \land \neg q & \text{Distributiva} \\
(\neg p \land \neg q) \lor (p \land \neg q) & \Leftrightarrow & V \land \neg q & \text{Negação} \\
(\neg p \land \neg q) \lor (p \land \neg q) & \Leftrightarrow & \neg q & \text{Elemento Neutro}
\end{array}
$$

Minimização da FND

p	q	F $=$?
F	F	V
F	V	F
V	F	V
V	V	F

$F = \neg q$

Exercício

Simplifique as seguintes proposições lógicas:

1. $(p \wedge q) \vee q$
2. $(p \wedge \neg q) \vee q$
3. $(q \wedge p) \vee \neg p$

Predicado e proposições quantificadas

Definição

Um **predicado** *é uma sentença que contém um número finito de variáveis e se torna uma proposição quando as variáveis são substituídas por valores específicos.*

Definição

Se $P(x)$ *é um predicado e* x *tem domínio* D*, o conjunto verdade de* $P(x)$ *é o conjunto de todos elementos de* D *que fazem* $P(x)$ *verdadeiro quando substituído por* x*.*

Example

$P(x) =$ "x é par"e o domínio de x é $\{1, 2, 3, 4, 6\}$. O conjunto verdade de $P(x)$ é $\{2, 4, 6\}$.

Quantificadores $\forall$ e $\exists$

- $\forall$: denota "para todo"e é chamado de quantificador universal.
  - $\forall x \in \mathbb{Z}, x^2 \geq x$
  - $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 \geq 0$
  - $\forall x \in \mathbb{Z}, x + 1 \in \mathbb{Z}$
  - $\forall$ par $x, \forall$ par $y, x + y$ é par.
- $\exists$: denota "existe"e é chamado de quantificador existencial.
  - n é par sse $\exists k \in \mathbb{Z}, x = 2k$
  - n é ímpar sse $\exists k \in \mathbb{Z}, x = 2k + 1$
  - n é múltiplo de a sse $\exists k \in \mathbb{Z}, n = ak$
  - $\forall x \in \mathbb{Q}, \exists y \in \mathbb{Q} \quad xy = 1$

Proposição Universal

- Uma proposição universal $\forall x \in D, Q(x)$ é verdadeira sse $Q(x)$ é verdadeiro para todo x em D.
- Uma proposição universal $\forall x \in D, Q(x)$ é falsa sse $Q(x)$ é falso para pelo menos um x em D.(Contra-exemplo)

Example

- $E = \{1, 2, 3\}$, $\forall x \in E, x^2 \geq x$ é verdade, $1^2 \geq 1, 2^2 \geq 2, 3^2 \geq 3$.
- $E = \{1, 2, 3, \frac{1}{2}\}$, $\forall x \in E, x^2 \geq x$ é falso, $\frac{1}{2}^2 \not\geq \frac{1}{2}$.

Proposição Existencial

- Uma proposição universal $\exists x \in D, Q(x)$ é verdadeira sse $Q(x)$ é verdadeiro para algum x em D.
- Uma proposição universal $\exists x \in D, Q(x)$ é falsa sse $Q(x)$ é falso para todo x em D.

Example

- $E = \{1, 2, 3\}$, $\exists m \in E, m^2 = m$ é verdade, $1^2 = 1$
- $E = \{2, 3, 4\}$, $\exists m \in E, m^2 = m$ é falso, $2^2 \neq 2$,$3^2 \neq 3$ e $4^2 \neq 4$.

Equivalência entre proposições quantificadas

1. $\neg \forall x \in D, Q(x) \Leftrightarrow \exists x \in D, \neg Q(x)$

Example

- P : Todo matemático usa óculos.

Equivalência entre proposições quantificadas

1. $\neg\forall x \in D, Q(x) \Leftrightarrow \exists x \in D, \neg Q(x)$

Example

- P : Todo matemático usa óculos.
- $\forall$ matemático x, $usa\_oculos(x)$

Equivalência entre proposições quantificadas

1. $\neg \forall x \in D, Q(x) \Leftrightarrow \exists x \in D, \neg Q(x)$

Example

- P : Todo matemático usa óculos.
- $\forall$ matemático $x, usa\_oculos(x)$
- $\neg\forall$ matemático $x, usa\_oculos(x)$

Equivalência entre proposições quantificadas

1. $\neg\forall x \in D, Q(x) \Leftrightarrow \exists x \in D, \neg Q(x)$

Example

- P : Todo matemático usa óculos.
- $\forall$ matemático $x, usa\_oculos(x)$
- $\neg\forall$ matemático $x, usa\_oculos(x)$
- $\exists$ matemático $x, \neg usa\_oculos(x)$

Equivalência entre proposições quantificadas

1. $\neg\forall x \in D, Q(x) \Leftrightarrow \exists x \in D, \neg Q(x)$

Example

- P : Todo matemático usa óculos.
- $\forall$ matemático $x, usa\_oculos(x)$
- $\neg\forall$ matemático $x, usa\_oculos(x)$
- $\exists$ matemático $x, \neg usa\_oculos(x)$
- $\neg P$: Existe uma matemático que não usa óculos

Equivalência entre proposições quantificadas

1. $\neg\forall x \in D, Q(x) \Leftrightarrow \exists x \in D, \neg Q(x)$

Example

- P : Todo matemático usa óculos.
- $\forall$ matemático $x, usa\_oculos(x)$
- $\neg\forall$ matemático $x, usa\_oculos(x)$
- $\exists$ matemático $x, \neg usa\_oculos(x)$
- $\neg P$: Existe uma matemático que não usa óculos
- P : Todos os programas de computadores são finitos

Equivalência entre proposições quantificadas

1. $\neg\forall x \in D, Q(x) \Leftrightarrow \exists x \in D, \neg Q(x)$

Example

- P : Todo matemático usa óculos.
- $\forall$ matemático $x, \mathit{usa\_oculos}(x)$
- $\neg\forall$ matemático $x, \mathit{usa\_oculos}(x)$
- $\exists$ matemático $x, \neg\mathit{usa\_oculos}(x)$
- $\neg P$: Existe uma matemático que não usa óculos

- P : Todos os programas de computadores são finitos
- $\forall$ programa $x, \mathit{finito}(x)$

Equivalência entre proposições quantificadas

1. $\neg\forall x \in D, Q(x) \Leftrightarrow \exists x \in D, \neg Q(x)$

Example

- P : Todo matemático usa óculos.
- $\forall$ matemático $x, usa\_oculos(x)$
- $\neg\forall$ matemático $x, usa\_oculos(x)$
- $\exists$ matemático $x, \neg usa\_oculos(x)$
- $\neg P$: Existe uma matemático que não usa óculos

- P : Todos os programas de computadores são finitos
- $\forall$ programa $x, finito(x)$
- $\neg\forall$ programa $x, finito(x)$

Equivalência entre proposições quantificadas

1. $\neg \forall x \in D, Q(x) \Leftrightarrow \exists x \in D, \neg Q(x)$

Example

- P : Todo matemático usa óculos.
- $\forall$ matemático $x, usa\_oculos(x)$
- $\neg\forall$ matemático $x, usa\_oculos(x)$
- $\exists$ matemático $x, \neg usa\_oculos(x)$
- $\neg P$: Existe uma matemático que não usa óculos

- P : Todos os programas de computadores são finitos
- $\forall$ programa $x, finito(x)$
- $\neg\forall$ programa $x, finito(x)$
- $\exists$ programa $x, \neg finito(x)$

Equivalência entre proposições quantificadas

1. $\neg\forall x \in D, Q(x) \Leftrightarrow \exists x \in D, \neg Q(x)$

Example

- P : Todo matemático usa óculos.
- $\forall$ matemático $x, usa\_oculos(x)$
- $\neg\forall$ matemático $x, usa\_oculos(x)$
- $\exists$ matemático $x, \neg usa\_oculos(x)$
- $\neg P$: Existe uma matemático que não usa óculos

- P : Todos os programas de computadores são finitos
- $\forall$ programa $x, finito(x)$
- $\neg\forall$ programa $x, finito(x)$
- $\exists$ programa $x, \neg finito(x)$
- $\neg P$: Existe um programa de computador que é infinito.

Exercício

Traduza da linguagem informal para formal:

1. Todo primo é ímpar.

Exercício

Traduza da linguagem informal para formal:

1. Todo primo é ímpar. $\forall$ primo $p, mpar(p)$.

Exercício

Traduza da linguagem informal para formal:

1. Todo primo é ímpar. $\forall$ primo p, ímpar(p).
2. Todo político não é honesto. $\forall$político$p, \neg honesto(p)$

Exercício

Traduza da linguagem informal para formal:

1. Todo primo é ímpar. $\forall$ primo p, ímpar(p).
2. Todo político não é honesto. $\forall$político$p$, $\neg$honesto(p)
3. Todo ave voa.

Exercício

Traduza da linguagem informal para formal:

1. Todo primo é ímpar. $\forall$ primo p, ímpar(p).
2. Todo político não é honesto. $\forall$político$p$, $\neg$honesto(p)
3. Todo ave voa. $\forall$ ave p, $voa(p)$

Exercício

Negue as seguintes proposições quantificadas:

1. Todo primo é ímpar.
   $\forall$ primo p, ímpar(p).
   $\exists$ primo p, $\neg$ímpar(p)
   Existe um primo que não ímpar.

Exercício

Negue as seguintes proposições quantificadas:

1. Todo primo é ímpar.
   $\forall$ primo p, ímpar(p).
   $\exists$ primo p, $\neg$ímpar(p)
   Existe um primo que não ímpar.
2. Todo político não é honesto.
   $\forall$ político p, $\neg$honesto(p)
   $\exists$ político p, $honesto(p)$
   Existe um político honesto.

Exercício

Negue as seguintes proposições quantificadas:

1. Todo primo é ímpar.
   $\forall$ primo p, ímpar(p).
   $\exists$ primo p, $\neg$ímpar(p)
   Existe um primo que não ímpar.
2. Todo político não é honesto.
   $\forall$ político p, $\neg$honesto(p)
   $\exists$ político p, $honesto(p)$
   Existe um político honesto.
3. Todo ave voa.
   $\forall$ ave p, $voa(p)$
   $\exists$ ave p, $\neg voa(p)$
   Existe uma ave que não voa.

Equivalência entre proposições quantificadas

1. $\neg\exists x \in D, Q(x) \Leftrightarrow \forall x \in D, \neg Q(x)$

Example

- P : Existe um matemático que usa óculos.
- $\neg P$: Todo matemático não usa óculos

- P : Existe um programa de computadores que é finitos
- $\neg P$: Todos os programa de computador são infinito.

Exercício

Traduza as seguintes proposições quantificadas da linaguem informal para formal.

1. Alguns hacker têm mais de 40 anos.
2. Algum peixe respira ar.

Exercício

Traduza as seguintes proposições quantificadas da linguagem informal para formal.

1. Alguns hacker têm mais de 40 anos.
   $\exists \text{hacker} x, \textit{mais\_quarenta\_anos}(x)$

Exercício

Traduza as seguintes proposições quantificadas da linguagem informal para formal.

1. Alguns hacker têm mais de 40 anos.
   $\exists \text{hacker} x, \textit{mais\_quarenta\_anos}(x)$
2. Algum peixe respira ar.
   $\exists \text{peixe} x, \textit{respira\_ar}(x)$

Exercício

Negue as seguintes proposições quantificadas da linguagem informal para formal.

1. Alguns hacker têm mais de 40 anos.
2. Algum peixe respira ar.

Exercício

Negue as seguintes proposições quantificadas da linguagem informal para formal.

1. Alguns hacker têm mais de 40 anos.
   $\exists$hacker$x$, $mais\_quarenta\_anos(x)$
   $\neg\exists$hacker$x$, $mais\_quarenta\_anos(x)$
   $\forall$hacker$x$, $\neg mais\_quarenta\_anos(x)$
   Todos os hacker não têm mais de 40 anos.

Exercício

Negue as seguintes proposições quantificadas da linguagem informal para formal.

1. Alguns hacker têm mais de 40 anos.
   $\exists \text{hacker} x, \textit{mais\_quarenta\_anos}(x)$
   $\neg \exists \text{hacker} x, \textit{mais\_quarenta\_anos}(x)$
   $\forall \text{hacker} x, \neg \textit{mais\_quarenta\_anos}(x)$
   Todos os hacker não têm mais de 40 anos.
2. Algum peixe respira ar.
   $\exists \text{peixe} x, \textit{respira\_ar}(x)$
   $\neg \exists \text{peixe} x, \textit{respira\_ar}(x)$
   $\forall \text{peixe} x, \neg \textit{respira\_ar}(x)$
   Todo peixe não respira ar.

Exercício

Traduza as seguintes proposições quantificadas da linaguem informal para formal.

1. Todo mundo ama alguém.
2. Alguém ama todo mundo.

Exercício

Traduza as seguintes proposições quantificadas da linaguem informal para formal.

1. Todo mundo ama alguém.
   $\forall pessoa x, \exists pessoa y, ama(x, y)$

Exercício

Traduza as seguintes proposições quantificadas da linaguem informal para formal.

1. Todo mundo ama alguém.
   $\forall pessoa x, \exists pessoa y, ama(x, y)$
2. Alguém ama todo mundo.
   $\exists pessoa x, \forall pessoa y, ama(x, y)$

Exercício

Negue as seguintes proposições quantificadas da linguagem informal para formal.

1. Todo mundo ama alguém.
   $\forall pessoa x, \exists pessoa y, ama(x, y)$
   $\neg\forall pessoa x, \exists pessoa y, ama(x, y)$
   $\exists pessoa x, \neg\exists pessoa y, ama(x, y)$
   $\exists pessoa x, \forall pessoa y, \neg ama(x, y)$
   Alguém não ama todo mundo.

Exercício

Negue as seguintes proposições quantificadas da linguagem informal para formal.

1. Todo mundo ama alguém.
   $\forall pessoa x, \exists pessoa y, ama(x, y)$
   $\neg\forall pessoa x, \exists pessoa y, ama(x, y)$
   $\exists pessoa x, \neg\exists pessoa y, ama(x, y)$
   $\exists pessoa x, \forall pessoa y, \neg ama(x, y)$
   Alguém não ama todo mundo.
2. Alguém ama todo mundo.
   $\exists pessoa x, \forall pessoa y, ama(x, y)$
   $\neg\exists pessoa x, \forall pessoa y, ama(x, y)$
   $\forall pessoa x, \neg\forall pessoa y, ama(x, y)$
   $\forall pessoa x, \exists pessoa y, \neg ama(x, y)$
   Todo mundo não ama alguém.

Exercício

Considere as seguintes proposições:

1. Todo mundo ama alguém.
   $P = \forall pessoa x, \exists$ pessoa $y, ama(x, y)$
   $\neg P = \exists pessoa x, \forall pessoa y, \neg ama(x, y)$

Exercício

Considere as seguintes proposições:

1. Todo mundo ama alguém.
   $P = \forall pessoa x, \exists \text{ pessoa } y, ama(x, y)$
   $\neg P = \exists pessoa x, \forall pessoa y, \neg ama(x, y)$
2. Alguém ama todo mundo.
   $Q = \exists pessoa x, \forall \text{ pessoa } y, ama(x, y)$
   $\neg Q = \forall pessoa x, \exists pessoa y, \neg ama(x, y)$

Exercício

Considere as seguintes proposições:

1. Todo mundo ama alguém.
   $P = \forall pessoa x, \exists \text{ pessoa } y, ama(x, y)$
   $\neg P = \exists pessoa x, \forall pessoa y, \neg ama(x, y)$
2. Alguém ama todo mundo.
   $Q = \exists pessoa x, \forall \text{ pessoa } y, ama(x, y)$
   $\neg Q = \forall pessoa x, \exists pessoa y, \neg ama(x, y)$

Encontre um domínio de Pessoas e predicado ama tal que P é verdade e Q é falso.

- Pessoas = {a,b,c}

Exercício

Considere as seguintes proposições:

1. Todo mundo ama alguém.
   $P = \forall pessoa x, \exists$ pessoa $y, ama(x, y)$
   $\neg P = \exists pessoa x, \forall pessoa y, \neg ama(x, y)$
2. Alguém ama todo mundo.
   $Q = \exists pessoa x, \forall$ pessoa $y, ama(x, y)$
   $\neg Q = \forall pessoa x, \exists pessoa y, \neg ama(x, y)$

Encontre um domínio de Pessoas e predicado ama tal que P é verdade e Q é falso.

- Pessoas = {a,b,c}
- ama = {(a,b), (b,c),(c,c)}

Exercício

Considere as seguintes proposições:

1. Todo mundo ama alguém.
   $P = \forall pessoa x, \exists \text{ pessoa } y, ama(x, y)$
   $\neg P = \exists pessoa x, \forall pessoa y, \neg ama(x, y)$
2. Alguém ama todo mundo.
   $Q = \exists pessoa x, \forall \text{ pessoa } y, ama(x, y)$
   $\neg Q = \forall pessoa x, \exists pessoa y, \neg ama(x, y)$

Encontre um domínio de Pessoas e predicado ama tal que P é verdade e Q é falso.

- Pessoas = {a,b,c}
- ama = {(a,b), (b,c),(c,c)}
- A proposição P é verdade e Q é falsa.

Exercício

1. Todo mundo ama alguém. $P = \forall pessoa x, \exists$ pessoa $y, ama(x, y)$
   $\neg P = \exists pessoa x, \forall pessoa y, \neg ama(x, y)$

Exercício

1. Todo mundo ama alguém. $P = \forall pessoa x, \exists$ pessoa $y, ama(x, y)$
   $\neg P = \exists pessoa x, \forall pessoa y, \neg ama(x, y)$
2. Alguém ama todo mundo. $Q = \exists pessoa x, \forall$ pessoa $y, ama(x, y)$
   $\neg Q = \forall pessoa x, \exists pessoa y, \neg ama(x, y)$

Exercício

1. Todo mundo ama alguém. $P = \forall pessoa x, \exists$ pessoa $y, ama(x,y)$
   $\neg P = \exists pessoa x, \forall pessoa y, \neg ama(x,y)$
2. Alguém ama todo mundo. $Q = \exists pessoa x, \forall$ pessoa $y, ama(x,y)$
   $\neg Q = \forall pessoa x, \exists pessoa y, \neg ama(x,y)$

Encontre um domínio de Pessoas e predicado ama tal que P é falso e Q é verdadeiro.

- Pessoas = {a,b,c}

Exercício

1. Todo mundo ama alguém. $P = \forall pessoa x, \exists$ pessoa $y, ama(x,y)$
   $\neg P = \exists pessoa x, \forall pessoa y, \neg ama(x,y)$
2. Alguém ama todo mundo. $Q = \exists pessoa x, \forall$ pessoa $y, ama(x,y)$
   $\neg Q = \forall pessoa x, \exists pessoa y, \neg ama(x,y)$

Encontre um domínio de Pessoas e predicado ama tal que P é falso e Q é verdadeiro.

- Pessoas = {a,b,c}
- ama = {(a,a),(a,b),(a,c)}

Exercício

1. Todo mundo ama alguém. $P = \forall pessoa x, \exists$ pessoa $y, ama(x,y)$
$\neg P = \exists pessoa x, \forall pessoa y, \neg ama(x,y)$
2. Alguém ama todo mundo. $Q = \exists pessoa x, \forall$ pessoa $y, ama(x,y)$
$\neg Q = \forall pessoa x, \exists pessoa y, \neg ama(x,y)$

Encontre um domínio de Pessoas e predicado ama tal que P é falso e Q é verdadeiro.

- Pessoas $=$ {a,b,c}
- ama $=$ {(a,a),(a,b),(a,c)}
- A proposição P é verdade e Q é falsa.

Equivalência entre proposições quantificadas

$$
\begin{aligned}
\neg \forall x \in D, (P(x) \to Q(x)) &\Leftrightarrow \exists x \in D, \neg (P(x) \to Q(x)) \\
&\Leftrightarrow \exists x \in D, P(x) \wedge \neg Q(x))
\end{aligned}
$$

Example

- P : Para toda sueca x, se x é loura então x tem olhos azuis.
- $\neg P$: Existe uma sueca x, x é loira e x não tem olhos azuis.

- P : Para todo programa p, se p tem 100K linhas então p contém um erro.
- $\neg P$: Existe um programa p, p tem 100K linhas e p não contém um erro.

Verdade por vacuidade

Traduza a seguinte proposição quantificada:

- Para toda sueca x, se x é loira então x tem olhos azuis.
  $P = \forall$ sueca x, $loura(x) \to olhos\_azuis(x)$
  $\neg P = \exists$ sueca x, $loura(x) \wedge \neg olhos\_azuis(x)$

Considere a seguinte definição dos predicados:

- pessoas $= \{$a,b,c,d,e$\}$
- sueca $= \{$a,b,c,d$\}$
- loura $= \{$e$\}$
- olhos_azuis $= \{$b,e$\}$

Observe que, neste exemplo, nenhuma sueca é loira. Logo, a proposição quantificada P é verdade por vacuidade.

Regra de Inferência

Definição

Um **argumento** *em lógica proposicional é uma sequência de proposições (chamadas de premissas) que terminam com uma conclusão. Um argumento é* **válido**, *se a conclusão segue diretamente da verdade das premissas do argumento. De outra maneira, é impossível que todas as premissas sejam verdadeiras e a conclusão seja falsa.*

Regra de Inferência

- Se você estudar bastante para Matemática Discreta, então você vai passar.

Regra de Inferência

- Se você estudar bastante para Matemática Discreta, então você vai passar.
- Eu estudei bastante para Matemática Discreta

Regra de Inferência

- Se você estudar bastante para Matemática Discreta, então você vai passar.
- Eu estudei bastante para Matemática Discreta

Então

- Eu vou passar.

Regra de Inferência

- $p \rightarrow q$

Regra de Inferência

- $p \rightarrow q$
- p

Regra de Inferência

- $p \to q$
- p

Então

- q.

Regra de Inferência

- $p \to q$
- p

Então

- q.

Se a regra de inferência acima é válida então $(p \wedge p \to q) \to q$ é uma tautologia

Regra de Inferência - Falácia

- $p \rightarrow q$

Regra de Inferência - Falácia

- $p \rightarrow q$
- $\neg p$

Regra de Inferência - Falácia

- $p \to q$
- $\neg p$

Então

- $\neg q$.

Regra de Inferência - Falácia

- $p \rightarrow q$
- $\neg p$

Então

- $\neg q$.

A base dessa falácia é a contingência é $(\neg p \wedge p \rightarrow q) \rightarrow \neg q$

Regra de Inferência - Falácia

- $p \rightarrow q$

Regra de Inferência - Falácia

- $p \to q$
- q

Regra de Inferência - Falácia

- $p \rightarrow q$
- q

Então

- p.

Regra de Inferência - Falácia

- $p \to q$
- q

Então

- p.

A base dessa falácia é a contingência é $(\neg q \wedge p \to q) \to p$

Regras de Inferência

Regra de Inferência	Nome
$\begin{array}{c} p \rightarrow q \\ q \\ \hline q \end{array}$	Modus Ponens
$\begin{array}{c} p \rightarrow q \\ \neg q \\ \hline \neg p \end{array}$	Modus Tollens
$\begin{array}{c} p \rightarrow q \\ q \rightarrow r \\ \hline p \rightarrow r \end{array}$	Silogismo Hipotético
$\begin{array}{c} p \vee q \\ \neg p \\ \hline q \end{array}$	Silogismo Disjuntivo

Regra de Inferência	Nome
$\dfrac{p}{p \vee q}$	Adição
$\dfrac{p \wedge q}{p}$	Simplificação
$\dfrac{\begin{array}{c} p \\ q \end{array}}{p \wedge q}$	Conjunção
$\dfrac{\begin{array}{c} p \vee q \\ \neg p \vee r \end{array}}{q \vee r}$	Resolução

Regra de Inferência

Mostre se o argumento com as seguintes premissas $\neg p \wedge q, r \rightarrow p, \neg r \rightarrow s, s \rightarrow t$ e a conclusão t é válido usando as regras de inferência.

Regra de Inferência

Mostre se o argumento com as seguintes premissas $\neg p \wedge q, r \rightarrow p, \neg r \rightarrow s, s \rightarrow t$ e a conclusão t é válido usando as regras de inferência.

1. $\neg p \wedge q$ (premissa)

Regra de Inferência

Mostre se o argumento com as seguintes premissas $\neg p \wedge q, r \rightarrow p, \neg r \rightarrow s, s \rightarrow t$ e a conclusão t é válido usando as regras de inferência.

1. $\neg p \wedge q$ (premissa)
2. $r \rightarrow p$ (premissa)

Mostre se o argumento com as seguintes premissas $\neg p \wedge q, r \rightarrow p, \neg r \rightarrow s, s \rightarrow t$ e a conclusão t é válido usando as regras de inferência.

1. $\neg p \wedge q$ (premissa)
2. $r \rightarrow p$ (premissa)
3. $\neg r \rightarrow s$ (premissa)

Regra de Inferência

Mostre se o argumento com as seguintes premissas $\neg p \wedge q, r \rightarrow p, \neg r \rightarrow s, s \rightarrow t$ e a conclusão t é válido usando as regras de inferência.

1. $\neg p \wedge q$ (premissa)
2. $r \rightarrow p$ (premissa)
3. $\neg r \rightarrow s$ (premissa)
4. $s \rightarrow t$ (premissa)

Mostre se o argumento com as seguintes premissas $\neg p \land q, r \to p, \neg r \to s, s \to t$ e a conclusão t é válido usando as regras de inferência.

1. $\neg p \land q$ (premissa)
2. $r \to p$ (premissa)
3. $\neg r \to s$ (premissa)
4. $s \to t$ (premissa)
5. $\neg p$ simplificação de (1)

Regra de Inferência

Mostre se o argumento com as seguintes premissas $\neg p \wedge q, r \rightarrow p, \neg r \rightarrow s, s \rightarrow t$ e a conclusão t é válido usando as regras de inferência.

1. $\neg p \wedge q$ (premissa)
2. $r \rightarrow p$ (premissa)
3. $\neg r \rightarrow s$ (premissa)
4. $s \rightarrow t$ (premissa)
5. $\neg p$ simplificação de (1)
6. $\neg r$ Modus Tollens de (2) e (5)

Regra de Inferência

Mostre se o argumento com as seguintes premissas $\neg p \wedge q, r \to p, \neg r \to s, s \to t$ e a conclusão t é válido usando as regras de inferência.

1. $\neg p \wedge q$ (premissa)
2. $r \to p$ (premissa)
3. $\neg r \to s$ (premissa)
4. $s \to t$ (premissa)
5. $\neg p$ simplificação de (1)
6. $\neg r$ Modus Tollens de (2) e (5)
7. s Modus Ponens de (6) e (3)

Regra de Inferência

Mostre se o argumento com as seguintes premissas $\neg p \wedge q, r \rightarrow p, \neg r \rightarrow s, s \rightarrow t$ e a conclusão t é válido usando as regras de inferência.

1. $\neg p \wedge q$ (premissa)
2. $r \rightarrow p$ (premissa)
3. $\neg r \rightarrow s$ (premissa)
4. $s \rightarrow t$ (premissa)
5. $\neg p$ simplificação de (1)
6. $\neg r$ Modus Tollens de (2) e (5)
7. s Modus Ponens de (6) e (3)
8. t Modus Ponens de (7) e (4)

Regra de Inferência

Mostre que o argumento é válido com as seguintes premissas $\neg p \to (r \wedge \neg s), t \to s, u \to \neg p, \neg w, u \vee w$ e a conclusão $\neg t \vee w$

Regra de Inferência

Mostre que o argumento é válido com as seguintes premissas $\neg p \rightarrow (r \wedge \neg s), t \rightarrow s, u \rightarrow \neg p, \neg w, u \vee w$ e a conclusão $\neg t \vee w$

1. $\neg p \rightarrow (r \wedge \neg s)$ Premissa

Regra de Inferência

Mostre que o argumento é válido com as seguintes premissas $\neg p \rightarrow (r \wedge \neg s), t \rightarrow s, u \rightarrow \neg p, \neg w, u \vee w$ e a conclusão $\neg t \vee w$

1. $\neg p \rightarrow (r \wedge \neg s)$ Premissa
2. $t \rightarrow s$ Premissa

Regra de Inferência

Mostre que o argumento é válido com as seguintes premissas $\neg p \rightarrow (r \wedge \neg s), t \rightarrow s, u \rightarrow \neg p, \neg w, u \vee w$ e a conclusão $\neg t \vee w$

1. $\neg p \rightarrow (r \wedge \neg s)$ Premissa
2. $t \rightarrow s$ Premissa
3. $u \rightarrow \neg p$ Premissa

Regra de Inferência

Mostre que o argumento é válido com as seguintes premissas $\neg p \rightarrow (r \wedge \neg s), t \rightarrow s, u \rightarrow \neg p, \neg w, u \vee w$ e a conclusão $\neg t \vee w$

1. $\neg p \rightarrow (r \wedge \neg s)$ Premissa
2. $t \rightarrow s$ Premissa
3. $u \rightarrow \neg p$ Premissa
4. $\neg w$ Premissa

Regra de Inferência

Mostre que o argumento é válido com as seguintes premissas $\neg p \rightarrow (r \wedge \neg s), t \rightarrow s, u \rightarrow \neg p, \neg w, u \vee w$ e a conclusão $\neg t \vee w$

1. $\neg p \rightarrow (r \wedge \neg s)$ Premissa
2. $t \rightarrow s$ Premissa
3. $u \rightarrow \neg p$ Premissa
4. $\neg w$ Premissa
5. $u \vee w$ Premissa

Regra de Inferência

Mostre que o argumento é válido com as seguintes premissas $\neg p \rightarrow (r \wedge \neg s), t \rightarrow s, u \rightarrow \neg p, \neg w, u \vee w$ e a conclusão $\neg t \vee w$

1. $\neg p \rightarrow (r \wedge \neg s)$ Premissa
2. $t \rightarrow s$ Premissa
3. $u \rightarrow \neg p$ Premissa
4. $\neg w$ Premissa
5. $u \vee w$ Premissa
6. u Silogismo Disjuntivo a partir de (4) e (5)

Regra de Inferência

Mostre que o argumento é válido com as seguintes premissas $\neg p \rightarrow (r \wedge \neg s), t \rightarrow s, u \rightarrow \neg p, \neg w, u \vee w$ e a conclusão $\neg t \vee w$

1. $\neg p \rightarrow (r \wedge \neg s)$ Premissa
2. $t \rightarrow s$ Premissa
3. $u \rightarrow \neg p$ Premissa
4. $\neg w$ Premissa
5. $u \vee w$ Premissa
6. u Silogismo Disjuntivo a partir de (4) e (5)
7. $\neg p$ Modus Ponens a partir de (3) e (6)

Regra de Inferência

Mostre que o argumento é válido com as seguintes premissas $\neg p \rightarrow (r \wedge \neg s), t \rightarrow s, u \rightarrow \neg p, \neg w, u \vee w$ e a conclusão $\neg t \vee w$

1. $\neg p \rightarrow (r \wedge \neg s)$ Premissa
2. $t \rightarrow s$ Premissa
3. $u \rightarrow \neg p$ Premissa
4. $\neg w$ Premissa
5. $u \vee w$ Premissa
6. u Silogismo Disjuntivo a partir de (4) e (5)
7. $\neg p$ Modus Ponens a partir de (3) e (6)
8. $r \wedge \neg s$ Modus Ponens a partir de (1) e (7)

Regra de Inferência

Mostre que o argumento é válido com as seguintes premissas $\neg p \to (r \wedge \neg s), t \to s, u \to \neg p, \neg w, u \vee w$ e a conclusão $\neg t \vee w$

1. $\neg p \to (r \wedge \neg s)$ Premissa
2. $t \to s$ Premissa
3. $u \to \neg p$ Premissa
4. $\neg w$ Premissa
5. $u \vee w$ Premissa
6. u Silogismo Disjuntivo a partir de (4) e (5)
7. $\neg p$ Modus Ponens a partir de (3) e (6)
8. $r \wedge \neg s$ Modus Ponens a partir de (1) e (7)
9. $\neg s$ Simplificação a partir de (8)

Regra de Inferência

Mostre que o argumento é válido com as seguintes premissas $\neg p \to (r \wedge \neg s), t \to s, u \to \neg p, \neg w, u \vee w$ e a conclusão $\neg t \vee w$

1. $\neg p \to (r \wedge \neg s)$ Premissa
2. $t \to s$ Premissa
3. $u \to \neg p$ Premissa
4. $\neg w$ Premissa
5. $u \vee w$ Premissa
6. u Silogismo Disjuntivo a partir de (4) e (5)
7. $\neg p$ Modus Ponens a partir de (3) e (6)
8. $r \wedge \neg s$ Modus Ponens a partir de (1) e (7)
9. $\neg s$ Simplificação a partir de (8)
10. $\neg t$ Modus Tollens a partir de (2) e (9)

Regra de Inferência

Mostre que o argumento é válido com as seguintes premissas $\neg p \to (r \land \neg s), t \to s, u \to \neg p, \neg w, u \lor w$ e a conclusão $\neg t \lor w$

1. $\neg p \to (r \land \neg s)$ Premissa
2. $t \to s$ Premissa
3. $u \to \neg p$ Premissa
4. $\neg w$ Premissa
5. $u \lor w$ Premissa
6. u Silogismo Disjuntivo a partir de (4) e (5)
7. $\neg p$ Modus Ponens a partir de (3) e (6)
8. $r \land \neg s$ Modus Ponens a partir de (1) e (7)
9. $\neg s$ Simplificação a partir de (8)
10. $\neg t$ Modus Tollens a partir de (2) e (9)
11. $\neg t \lor w$ Adição a partir de (10)

Regra de Inferência

Mostre se o argumento com as seguintes premissas $p \rightarrow \neg q, \neg r \rightarrow p, q$ e a conclusão r é válido usando regras de inferências e regras de equivalências.

Mostre se o argumento com as seguintes premissas $p \rightarrow \neg q, \neg r \rightarrow p, q$ e a conclusão r é válido usando regras de inferências e regras de equivalências.

1. $p \rightarrow \neg q$ (premissa)

Regra de Inferência

Mostre se o argumento com as seguintes premissas $p \to \neg q, \neg r \to p, q$ e a conclusão r é válido usando regras de inferências e regras de equivalências.

1. $p \to \neg q$ (premissa)
2. $\neg r \to p$ (premissa)

Regra de Inferência

Mostre se o argumento com as seguintes premissas $p \to \neg q, \neg r \to p, q$ e a conclusão r é válido usando regras de inferências e regras de equivalências.

1. $p \to \neg q$ (premissa)
2. $\neg r \to p$ (premissa)
3. q (premissa)

Regra de Inferência

Mostre se o argumento com as seguintes premissas $p \to \neg q, \neg r \to p, q$ e a conclusão r é válido usando regras de inferências e regras de equivalências.

1. $p \to \neg q$ (premissa)
2. $\neg r \to p$ (premissa)
3. q (premissa)
4. $q \to \neg p$ Contrapositiva de (1)

Regra de Inferência

Mostre se o argumento com as seguintes premissas $p \rightarrow \neg q, \neg r \rightarrow p, q$ e a conclusão r é válido usando regras de inferências e regras de equivalências.

1. $p \rightarrow \neg q$ (premissa)
2. $\neg r \rightarrow p$ (premissa)
3. q (premissa)
4. $q \rightarrow \neg p$ Contrapositiva de (1)
5. $\neg p$ Modus Ponens de (3) e (4)

Regra de Inferência

Mostre se o argumento com as seguintes premissas $p \to \neg q, \neg r \to p, q$ e a conclusão r é válido usando regras de inferências e regras de equivalências.

1. $p \to \neg q$ (premissa)
2. $\neg r \to p$ (premissa)
3. q (premissa)
4. $q \to \neg p$ Contrapositiva de (1)
5. $\neg p$ Modus Ponens de (3) e (4)
6. $\neg p \to r$ Contrapositiva de (2)

Regra de Inferência

Mostre se o argumento com as seguintes premissas $p \to \neg q, \neg r \to p, q$ e a conclusão r é válido usando regras de inferências e regras de equivalências.

1. $p \to \neg q$ (premissa)
2. $\neg r \to p$ (premissa)
3. q (premissa)
4. $q \to \neg p$ Contrapositiva de (1)
5. $\neg p$ Modus Ponens de (3) e (4)
6. $\neg p \to r$ Contrapositiva de (2)
7. r Modus Ponens de (5) e (6)

Regra de Inferência

Mostre que o argumento com as seguintes premissas $p \vee q \rightarrow r, r \rightarrow s \vee t, t \rightarrow u, \neg s \wedge \neg u$ e a conclusão $\neg p$ é válido usando regras de inferências e regras de equivalências.

Regra de Inferência

Mostre que o argumento com as seguintes premissas $p \vee q \rightarrow r, r \rightarrow s \vee t, t \rightarrow u, \neg s \wedge \neg u$ e a conclusão $\neg p$ é válido usando regras de inferências e regras de equivalências.

1. $p \vee q \rightarrow r \equiv \neg r \rightarrow \neg(p \vee q)$ premissa

Regra de Inferência

Mostre que o argumento com as seguintes premissas $p \vee q \rightarrow r, r \rightarrow s \vee t, t \rightarrow u, \neg s \wedge \neg u$ e a conclusão $\neg p$ é válido usando regras de inferências e regras de equivalências.

1. $p \vee q \rightarrow r \equiv \neg r \rightarrow \neg(p \vee q)$ premissa
2. $r \rightarrow s \vee t \equiv \neg(s \vee t) \rightarrow \neg r$ premissa

Regra de Inferência

Mostre que o argumento com as seguintes premissas $p \vee q \rightarrow r, r \rightarrow s \vee t, t \rightarrow u, \neg s \wedge \neg u$ e a conclusão $\neg p$ é válido usando regras de inferências e regras de equivalências.

1. $p \vee q \rightarrow r \equiv \neg r \rightarrow \neg(p \vee q)$ premissa
2. $r \rightarrow s \vee t \equiv \neg(s \vee t) \rightarrow \neg r$ premissa
3. $t \rightarrow u \equiv \neg u \rightarrow \neg t$ premissa

Regra de Inferência

Mostre que o argumento com as seguintes premissas $p \vee q \rightarrow r, r \rightarrow s \vee t, t \rightarrow u, \neg s \wedge \neg u$ e a conclusão $\neg p$ é válido usando regras de inferências e regras de equivalências.

1. $p \vee q \rightarrow r \equiv \neg r \rightarrow \neg(p \vee q)$ premissa
2. $r \rightarrow s \vee t \equiv \neg(s \vee t) \rightarrow \neg r$ premissa
3. $t \rightarrow u \equiv \neg u \rightarrow \neg t$ premissa
4. $\neg s \wedge \neg u$ premissa

Regra de Inferência

Mostre que o argumento com as seguintes premissas $p \vee q \to r, r \to s \vee t, t \to u, \neg s \wedge \neg u$ e a conclusão $\neg p$ é válido usando regras de inferências e regras de equivalências.

1. $p \vee q \to r \equiv \neg r \to \neg(p \vee q)$ premissa
2. $r \to s \vee t \equiv \neg(s \vee t) \to \neg r$ premissa
3. $t \to u \equiv \neg u \to \neg t$ premissa
4. $\neg s \wedge \neg u$ premissa
5. $\neg s$
6. $\neg u$

Regra de Inferência

Mostre que o argumento com as seguintes premissas $p \vee q \to r, r \to s \vee t, t \to u, \neg s \wedge \neg u$ e a conclusão $\neg p$ é válido usando regras de inferências e regras de equivalências.

1. $p \vee q \to r \equiv \neg r \to \neg(p \vee q)$ premissa
2. $r \to s \vee t \equiv \neg(s \vee t) \to \neg r$ premissa
3. $t \to u \equiv \neg u \to \neg t$ premissa
4. $\neg s \wedge \neg u$ premissa
5. $\neg s$
6. $\neg u$
7. $\neg t$

Regra de Inferência

Mostre que o argumento com as seguintes premissas $p \vee q \rightarrow r, r \rightarrow s \vee t, t \rightarrow u, \neg s \wedge \neg u$ e a conclusão $\neg p$ é válido usando regras de inferências e regras de equivalências.

1. $p \vee q \rightarrow r \equiv \neg r \rightarrow \neg(p \vee q)$ premissa
2. $r \rightarrow s \vee t \equiv \neg(s \vee t) \rightarrow \neg r$ premissa
3. $t \rightarrow u \equiv \neg u \rightarrow \neg t$ premissa
4. $\neg s \wedge \neg u$ premissa
5. $\neg s$
6. $\neg u$
7. $\neg t$
8. $\neg s \wedge \neg t \equiv \neg(s \vee t)$

Regra de Inferência

Mostre que o argumento com as seguintes premissas $p \vee q \rightarrow r, r \rightarrow s \vee t, t \rightarrow u, \neg s \wedge \neg u$ e a conclusão $\neg p$ é válido usando regras de inferências e regras de equivalências.

1. $p \vee q \rightarrow r \equiv \neg r \rightarrow \neg(p \vee q)$ premissa
2. $r \rightarrow s \vee t \equiv \neg(s \vee t) \rightarrow \neg r$ premissa
3. $t \rightarrow u \equiv \neg u \rightarrow \neg t$ premissa
4. $\neg s \wedge \neg u$ premissa
5. $\neg s$
6. $\neg u$
7. $\neg t$
8. $\neg s \wedge \neg t \equiv \neg(s \vee t)$
9. $\neg r$

Regra de Inferência

Mostre que o argumento com as seguintes premissas $p \vee q \rightarrow r, r \rightarrow s \vee t, t \rightarrow u, \neg s \wedge \neg u$ e a conclusão $\neg p$ é válido usando regras de inferências e regras de equivalências.

1. $p \vee q \rightarrow r \equiv \neg r \rightarrow \neg(p \vee q)$ premissa
2. $r \rightarrow s \vee t \equiv \neg(s \vee t) \rightarrow \neg r$ premissa
3. $t \rightarrow u \equiv \neg u \rightarrow \neg t$ premissa
4. $\neg s \wedge \neg u$ premissa
5. $\neg s$
6. $\neg u$
7. $\neg t$
8. $\neg s \wedge \neg t \equiv \neg(s \vee t)$
9. $\neg r$
10. $\neg(p \vee q) \equiv \neg p \wedge \neg q$

Mostre que o argumento com as seguintes premissas $p \vee q \rightarrow r, r \rightarrow s \vee t, t \rightarrow u, \neg s \wedge \neg u$ e a conclusão $\neg p$ é válido usando regras de inferências e regras de equivalências.

1. $p \vee q \rightarrow r \equiv \neg r \rightarrow \neg(p \vee q)$ premissa
2. $r \rightarrow s \vee t \equiv \neg(s \vee t) \rightarrow \neg r$ premissa
3. $t \rightarrow u \equiv \neg u \rightarrow \neg t$ premissa
4. $\neg s \wedge \neg u$ premissa
5. $\neg s$
6. $\neg u$
7. $\neg t$
8. $\neg s \wedge \neg t \equiv \neg(s \vee t)$
9. $\neg r$
10. $\neg(p \vee q) \equiv \neg p \wedge \neg q$
11. $\neg p$

Complete as justificativas do argumento com as premissas $p \wedge (q \vee r), \neg(p \wedge q)$ e conclusão $p \wedge r$.

Passo	Proposição	Justificativa
1	$p \wedge (q \vee r)$	premissa
2	$\neg(p \wedge q)$	premissa
3	$\neg p \vee \neg q$	
4	$\neg q \vee \neg p$	
5	$q \rightarrow \neg p$	
6	p	
7	$\neg\neg p$	
8	$\neg q$	
9	$q \vee r$	
10	$r \vee q$	
11	$\neg\neg r \vee q$	
12	$\neg r \rightarrow q$	
13	$\neg(\neg r)$	
14	r	
15	$p \wedge r$	

Exercício

Use as regras de inferência para mostrar que as hipóteses "Randy trabalha pouco", "Se Randy trabalha pouco, então ele é um garoto preguiçoso" e "Se Randy é um garoto preguiçoso, então ele não conseguirá um emprego" implica a conclusão "Randy não conseguirá o emprego".

Considere as seguintes sentenças:

p = "Randy trabalha pouco".

q = "Randy é preguiçoso".

r = "Randy conseguiu um emprego".

Exercício

Use as regras de inferência para mostrar que as hipóteses “Randy trabalha pouco”, “Se Randy trabalha pouco, então ele é um garoto preguiçoso” e “Se Randy é um garoto preguiçoso, então ele não conseguirá um emprego” implica a conclusão “Randy não conseguirá o emprego”.
Considere as seguintes sentenças:

p = “Randy trabalha pouco”.
q = “Randy é preguiçoso”.
r = “Randy conseguiu um emprego”.

1. p

Exercício

Use as regras de inferência para mostrar que as hipóteses “Randy trabalha pouco”, “Se Randy trabalha pouco, então ele é um garoto preguiçoso” e “Se Randy é um garoto preguiçoso, então ele não conseguirá um emprego” implica a conclusão “Randy não conseguirá o emprego”.

Considere as seguintes sentenças:

p = “Randy trabalha pouco”.

q = “Randy é preguiçoso”.

r = “Randy conseguiu um emprego”.

1. p
2. $p \rightarrow q$

Exercício

Use as regras de inferência para mostrar que as hipóteses "Randy trabalha pouco", "Se Randy trabalha pouco, então ele é um garoto preguiçoso" e "Se Randy é um garoto preguiçoso, então ele não conseguirá um emprego" implica a conclusão "Randy não conseguirá o emprego".
Considere as seguintes sentenças:

p = "Randy trabalha pouco".
q = "Randy é preguiçoso".
r = "Randy conseguiu um emprego".

1. p
2. $p \rightarrow q$
3. $q \rightarrow \neg r$

Exercício

Use as regras de inferência para mostrar que as hipóteses "Randy trabalha pouco", "Se Randy trabalha pouco, então ele é um garoto preguiçoso" e "Se Randy é um garoto preguiçoso, então ele não conseguirá um emprego" implica a conclusão "Randy não conseguirá o emprego".
Considere as seguintes sentenças:

$$
\begin{aligned}
p &= \text{“Randy trabalha pouco”.} \\
q &= \text{“Randy é preguiçoso”.} \\
r &= \text{“Randy conseguiu um emprego”.}
\end{aligned}
$$

1. p
2. $p \to q$
3. $q \to \neg r$
4. q Modus Ponens (1) e (2)

Exercício

Use as regras de inferência para mostrar que as hipóteses "Randy trabalha pouco", "Se Randy trabalha pouco, então ele é um garoto preguiçoso" e "Se Randy é um garoto preguiçoso, então ele não conseguirá um emprego" implica a conclusão "Randy não conseguirá o emprego".

Considere as seguintes sentenças:

p = "Randy trabalha pouco".

q = "Randy é preguiçoso".

r = "Randy conseguiu um emprego".

1. p
2. $p \rightarrow q$
3. $q \rightarrow \neg r$
4. q Modus Ponens (1) e (2)
5. $\neg r$ Modus Ponens (3) e (4)

Regras de Inferência

Regra de Inferência	Nome
$\dfrac{\forall x P(x)}{P(c) \text{ para um c arbitrário}}$	Instanciação Universal
$\dfrac{P(c) \text{ para um c arbitrário}}{\forall x P(x)}$	Generalização Universal
$\dfrac{\exists x P(x)}{P(c) \text{ para algum c}}$	Instanciação Universal
$\dfrac{P(c) \text{ para algum c}}{\exists x P(x)}$	Generalização Existencial

Exercício

Para cada grupo de premissas abaixo, qual conclusão ou conclusões relevantes podem ser tiradas? Explique as regras de inferência utilizadas para obter cada conclusão das premissas.

1. "Se eu tiro o dia de folga, chove ou neva." "Eu tirei folga na terça-feira ou na quinta-feira." "Fez sol na terça-feira." "Não nevou na quinta-feira."

Considere as seguintes proposições f: tirei folga, c: choveu, n: nevou, t: terça, q : quinta.

1. $f \to (c \lor n)$
2. $f \to (t \lor q)$
3. $t \to \neg(c \lor n)$
4. $q \to \neg n$

Exercício

Considere as seguintes proposições f: tirei folga, c: choveu, n: nevou, t: terça, q : quinta.

1. $f \rightarrow (c \vee n) \equiv \neg f \vee c \vee n$

Exercício

Considere as seguintes proposições f: tirei folga, c: choveu, n: nevou, t: terça, q : quinta.

1. $f \rightarrow (c \vee n) \equiv \neg f \vee c \vee n$
2. $f \rightarrow (t \vee q) \equiv \neg f \vee t \vee q$

Exercício

Considere as seguintes proposições f: tirei folga, c: choveu, n: nevou, t: terça, q : quinta.

1. $f \rightarrow (c \vee n) \equiv \neg f \vee c \vee n$
2. $f \rightarrow (t \vee q) \equiv \neg f \vee t \vee q$
3. $t \rightarrow \neg(c \vee n) \equiv (c \vee n) \rightarrow \neg t$

Exercício

Considere as seguintes proposições f: tirei folga, c: choveu, n: nevou, t: terça, q : quinta.

1. $f \rightarrow (c \vee n) \equiv \neg f \vee c \vee n$
2. $f \rightarrow (t \vee q) \equiv \neg f \vee t \vee q$
3. $t \rightarrow \neg(c \vee n) \equiv (c \vee n) \rightarrow \neg t$
4. $q \rightarrow \neg n \equiv \neg q \vee \neg n$

Exercício

Considere as seguintes proposições f: tirei folga, c: choveu, n: nevou, t: terça, q : quinta.

1. $f \rightarrow (c \vee n) \equiv \neg f \vee c \vee n$
2. $f \rightarrow (t \vee q) \equiv \neg f \vee t \vee q$
3. $t \rightarrow \neg(c \vee n) \equiv (c \vee n) \rightarrow \neg t$
4. $q \rightarrow \neg n \equiv \neg q \vee \neg n$
5. $f \rightarrow \neg t \equiv \neg f \vee \neg t$ Silogismo Hipotético (1) e (3)

Exercício

Considere as seguintes proposições f: tirei folga, c: choveu, n: nevou, t: terça, q : quinta.

1. $f \to (c \vee n) \equiv \neg f \vee c \vee n$
2. $f \to (t \vee q) \equiv \neg f \vee t \vee q$
3. $t \to \neg(c \vee n) \equiv (c \vee n) \to \neg t$
4. $q \to \neg n \equiv \neg q \vee \neg n$
5. $f \to \neg t \equiv \neg f \vee \neg t$ Silogismo Hipotético (1) e (3)
6. $\neg f \vee q \equiv f \to q$ Resolução de (2) e (5)

Exercício

Considere as seguintes proposições f: tirei folga, c: choveu, n: nevou, t: terça, q : quinta.

1. $f \to (c \vee n) \equiv \neg f \vee c \vee n$
2. $f \to (t \vee q) \equiv \neg f \vee t \vee q$
3. $t \to \neg(c \vee n) \equiv (c \vee n) \to \neg t$
4. $q \to \neg n \equiv \neg q \vee \neg n$
5. $f \to \neg t \equiv \neg f \vee \neg t$ Silogismo Hipotético (1) e (3)
6. $\neg f \vee q \equiv f \to q$ Resolução de (2) e (5)
7. $\neg f \vee \neg n \equiv f \to \neg n$ Resolução de (4) e (6)

Exercício

Considere as seguintes proposições f: tirei folga, c: choveu, n: nevou, t: terça, q : quinta.

1. $f \rightarrow (c \vee n) \equiv \neg f \vee c \vee n$
2. $f \rightarrow (t \vee q) \equiv \neg f \vee t \vee q$
3. $t \rightarrow \neg(c \vee n) \equiv (c \vee n) \rightarrow \neg t$
4. $q \rightarrow \neg n \equiv \neg q \vee \neg n$
5. $f \rightarrow \neg t \equiv \neg f \vee \neg t$ Silogismo Hipotético (1) e (3)
6. $\neg f \vee q \equiv f \rightarrow q$ Resolução de (2) e (5)
7. $\neg f \vee \neg n \equiv f \rightarrow \neg n$ Resolução de (4) e (6)
8. $\neg f \vee c \equiv f \rightarrow c$ Resolução de (1) e (7)

Exercício

Para cada grupo de premissas abaixo, qual conclusão ou conclusões relevantes podem ser tiradas? Explique as regras de inferência utilizadas para obter cada conclusão das premissas.

1. "Se eu como comida apimentada, então eu tenho sonhos estranhos." "Eu tenho sonhos estranhos quando cai um trovão enquanto eu durmo." "Eu não tive sonhos estranhos."

Considere as seguintes proposições a: eu como comida apimentada, e: eu tenho sonhos estranhos, t: trovão enquanto durmo.

1. $a \to e \equiv \neg e \to \neg a$

Exercício

Para cada grupo de premissas abaixo, qual conclusão ou conclusões relevantes podem ser tiradas? Explique as regras de inferência utilizadas para obter cada conclusão das premissas.

1. "Se eu como comida apimentada, então eu tenho sonhos estranhos." "Eu tenho sonhos estranhos quando cai um trovão enquanto eu durmo." "Eu não tive sonhos estranhos."

Considere as seguintes proposições a: eu como comida apimentada, e: eu tenho sonhos estranhos, t: trovão enquanto durmo.

1. $a \rightarrow e \equiv \neg e \rightarrow \neg a$
2. $t \rightarrow e \equiv \neg e \rightarrow \neg t$

Exercício

Para cada grupo de premissas abaixo, qual conclusão ou conclusões relevantes podem ser tiradas? Explique as regras de inferência utilizadas para obter cada conclusão das premissas.

1. "Se eu como comida apimentada, então eu tenho sonhos estranhos." "Eu tenho sonhos estranhos quando cai um trovão enquanto eu durmo." "Eu não tive sonhos estranhos."

Considere as seguintes proposições a: eu como comida apimentada, e: eu tenho sonhos estranhos, t: trovão enquanto durmo.

1. $a \rightarrow e \equiv \neg e \rightarrow \neg a$
2. $t \rightarrow e \equiv \neg e \rightarrow \neg t$
3. $\neg e$

Exercício

Para cada grupo de premissas abaixo, qual conclusão ou conclusões relevantes podem ser tiradas? Explique as regras de inferência utilizadas para obter cada conclusão das premissas.

1. "Se eu como comida apimentada, então eu tenho sonhos estranhos." "Eu tenho sonhos estranhos quando cai um trovão enquanto eu durmo." "Eu não tive sonhos estranhos."

Considere as seguintes proposições a: eu como comida apimentada, e: eu tenho sonhos estranhos, t: trovão enquanto durmo.

1. $a \rightarrow e \equiv \neg e \rightarrow \neg a$
2. $t \rightarrow e \equiv \neg e \rightarrow \neg t$
3. $\neg e$
4. $\neg a$ Modus Tollens (1) e (3)

Exercício

Para cada grupo de premissas abaixo, qual conclusão ou conclusões relevantes podem ser tiradas? Explique as regras de inferência utilizadas para obter cada conclusão das premissas.

1. "Se eu como comida apimentada, então eu tenho sonhos estranhos." "Eu tenho sonhos estranhos quando cai um trovão enquanto eu durmo." "Eu não tive sonhos estranhos."

Considere as seguintes proposições a: eu como comida apimentada, e: eu tenho sonhos estranhos, t: trovão enquanto durmo.

1. $a \rightarrow e \equiv \neg e \rightarrow \neg a$
2. $t \rightarrow e \equiv \neg e \rightarrow \neg t$
3. $\neg e$
4. $\neg a$ Modus Tollens (1) e (3)
5. $\neg t$ Modus Tollens (2) e (3)

Exercício

Para cada grupo de premissas abaixo, qual conclusão ou conclusões relevantes podem ser tiradas? Explique as regras de inferência utilizadas para obter cada conclusão das premissas.

1. "Se eu como comida apimentada, então eu tenho sonhos estranhos." "Eu tenho sonhos estranhos quando cai um trovão enquanto eu durmo." "Eu não tive sonhos estranhos."

Considere as seguintes proposições a: eu como comida apimentada, e: eu tenho sonhos estranhos, t: trovão enquanto durmo.

1. $a \rightarrow e \equiv \neg e \rightarrow \neg a$
2. $t \rightarrow e \equiv \neg e \rightarrow \neg t$
3. $\neg e$
4. $\neg a$ Modus Tollens (1) e (3)
5. $\neg t$ Modus Tollens (2) e (3)
6. $\neg a \wedge \neg t$ Conjunção de (4) e (5)

Exercício

Para cada grupo de premissas abaixo, qual conclusão ou conclusões relevantes podem ser tiradas? Explique as regras de inferência utilizadas para obter cada conclusão das premissas.

1. "Todo mundo graduado em ciência da computação tem seu próprio computador." "Ralph não tem seu próprio computador." "Ana tem seu próprio computador."
   Considere os predicados $G(x)$: "x é graduado em CC", $C(x)$: "x tem computador".
   1. $(\forall x)(G(x) \rightarrow C(x))$

Exercício

Para cada grupo de premissas abaixo, qual conclusão ou conclusões relevantes podem ser tiradas? Explique as regras de inferência utilizadas para obter cada conclusão das premissas.

1. "Todo mundo graduado em ciência da computação tem seu próprio computador." "Ralph não tem seu próprio computador." "Ana tem seu próprio computador."
   Considere os predicados $G(x)$: "x é graduado em CC", $C(x)$: "x tem computador".
   1. $(\forall x)(G(x) \rightarrow C(x))$
   2. $\neg C(Ralph)$

Exercício

Para cada grupo de premissas abaixo, qual conclusão ou conclusões relevantes podem ser tiradas? Explique as regras de inferência utilizadas para obter cada conclusão das premissas.

1. “Todo mundo graduado em ciência da computação tem seu próprio computador.” “Ralph não tem seu próprio computador.” “Ana tem seu próprio computador.”
   Considere os predicados $G(x)$: “x é graduado em CC”, $C(x)$: “x tem computador”.
   1. $(\forall x)(G(x) \rightarrow C(x))$
   2. $\neg C(Ralph)$
   3. $C(Ana)$

Exercício

Para cada grupo de premissas abaixo, qual conclusão ou conclusões relevantes podem ser tiradas? Explique as regras de inferência utilizadas para obter cada conclusão das premissas.

1. "Todo mundo graduado em ciência da computação tem seu próprio computador." "Ralph não tem seu próprio computador." "Ana tem seu próprio computador."
   Considere os predicados $G(x)$: "x é graduado em CC", $C(x)$: "x tem computador".
   1. $(\forall x)(G(x) \rightarrow C(x))$
   2. $\neg C(Ralph)$
   3. $C(Ana)$
   4. $G(Ralph) \rightarrow C(Ralph)$ Instanciação Universal (1)

Exercício

Para cada grupo de premissas abaixo, qual conclusão ou conclusões relevantes podem ser tiradas? Explique as regras de inferência utilizadas para obter cada conclusão das premissas.

1. "Todo mundo graduado em ciência da computação tem seu próprio computador." "Ralph não tem seu próprio computador." "Ana tem seu próprio computador."
   Considere os predicados $G(x)$: "x é graduado em CC", $C(x)$: "x tem computador".
   1. $(\forall x)(G(x) \rightarrow C(x))$
   2. $\neg C(Ralph)$
   3. $C(Ana)$
   4. $G(Ralph) \rightarrow C(Ralph)$ Instanciação Universal (1)
   5. $\neg G(Ralph)$ Modus Tollens de (2) e (4)

Exercício

Para cada grupo de premissas abaixo, qual conclusão ou conclusões relevantes podem ser tiradas? Explique as regras de inferência utilizadas para obter cada conclusão das premissas.

1. "O que é bom para as empresas é bom para o Brasil." "O que é bom para o Brasil, é bom para você." "O que é bom para as empresas é você comprar muitas coisas."
   Considere os predicados $E(x)$: "x é bom para as empresas", $B(x)$: "x é bom para o Brasil", $V(x)$: " x é bom para você" e a: você comprar muitas coisas.
   1. $(\forall x)(E(x) \rightarrow B(x))$

Exercício

Para cada grupo de premissas abaixo, qual conclusão ou conclusões relevantes podem ser tiradas? Explique as regras de inferência utilizadas para obter cada conclusão das premissas.

1. "O que é bom para as empresas é bom para o Brasil." "O que é bom para o Brasil, é bom para você." "O que é bom para as empresas é você comprar muitas coisas."
   Considere os predicados $E(x)$: "x é bom para as empresas", $B(x)$: "x é bom para o Brasil", $V(x)$: " x é bom para você" e a: você comprar muitas coisas.
   1. $(\forall x)(E(x) \rightarrow B(x))$
   2. $(\forall x)(B(x) \rightarrow V(x))$

Exercício

Para cada grupo de premissas abaixo, qual conclusão ou conclusões relevantes podem ser tiradas? Explique as regras de inferência utilizadas para obter cada conclusão das premissas.

1. "O que é bom para as empresas é bom para o Brasil." "O que é bom para o Brasil, é bom para você." "O que é bom para as empresas é você comprar muitas coisas."
   Considere os predicados $E(x)$: "x é bom para as empresas", $B(x)$: "x é bom para o Brasil", $V(x)$: " x é bom para você" e a: você comprar muitas coisas.
   1. $(\forall x)(E(x) \rightarrow B(x))$
   2. $(\forall x)(B(x) \rightarrow V(x))$
   3. $E(a)$

Exercício

Para cada grupo de premissas abaixo, qual conclusão ou conclusões relevantes podem ser tiradas? Explique as regras de inferência utilizadas para obter cada conclusão das premissas.

1. "O que é bom para as empresas é bom para o Brasil." "O que é bom para o Brasil, é bom para você." "O que é bom para as empresas é você comprar muitas coisas."
   Considere os predicados $E(x)$: "x é bom para as empresas", $B(x)$: "x é bom para o Brasil", $V(x)$: " x é bom para você" e a: você comprar muitas coisas.
   1. $(\forall x)(E(x) \rightarrow B(x))$
   2. $(\forall x)(B(x) \rightarrow V(x))$
   3. $E(a)$
   4. $E(a) \rightarrow B(a)$ Instanciação Universal (1)

Exercício

Para cada grupo de premissas abaixo, qual conclusão ou conclusões relevantes podem ser tiradas? Explique as regras de inferência utilizadas para obter cada conclusão das premissas.

1. "O que é bom para as empresas é bom para o Brasil." "O que é bom para o Brasil, é bom para você." "O que é bom para as empresas é você comprar muitas coisas."
   Considere os predicados $E(x)$: "x é bom para as empresas", $B(x)$: "x é bom para o Brasil", $V(x)$: " x é bom para você" e a: você comprar muitas coisas.
   1. $(\forall x)(E(x) \rightarrow B(x))$
   2. $(\forall x)(B(x) \rightarrow V(x))$
   3. $E(a)$
   4. $E(a) \rightarrow B(a)$ Instanciação Universal (1)
   5. $B(a)$ Modus Ponens de (3) e (4)

Exercício

Para cada grupo de premissas abaixo, qual conclusão ou conclusões relevantes podem ser tiradas? Explique as regras de inferência utilizadas para obter cada conclusão das premissas.

1. "O que é bom para as empresas é bom para o Brasil." "O que é bom para o Brasil, é bom para você." "O que é bom para as empresas é você comprar muitas coisas."
   Considere os predicados $E(x)$: "x é bom para as empresas", $B(x)$: "x é bom para o Brasil", $V(x)$: " x é bom para você" e a: você comprar muitas coisas.
   1. $(\forall x)(E(x) \rightarrow B(x))$
   2. $(\forall x)(B(x) \rightarrow V(x))$
   3. $E(a)$
   4. $E(a) \rightarrow B(a)$ Instanciação Universal (1)
   5. $B(a)$ Modus Ponens de (3) e (4)
   6. $B(a) \rightarrow V(a)$ Instanciação Universal (2)

Exercício

Para cada grupo de premissas abaixo, qual conclusão ou conclusões relevantes podem ser tiradas? Explique as regras de inferência utilizadas para obter cada conclusão das premissas.

1. "O que é bom para as empresas é bom para o Brasil." "O que é bom para o Brasil, é bom para você." "O que é bom para as empresas é você comprar muitas coisas."
   Considere os predicados $E(x)$: "x é bom para as empresas", $B(x)$: "x é bom para o Brasil", $V(x)$: " x é bom para você" e a: você comprar muitas coisas.
   1. $(\forall x)(E(x) \rightarrow B(x))$
   2. $(\forall x)(B(x) \rightarrow V(x))$
   3. $E(a)$
   4. $E(a) \rightarrow B(a)$ Instanciação Universal (1)
   5. $B(a)$ Modus Ponens de (3) e (4)
   6. $B(a) \rightarrow V(a)$ Instanciação Universal (2)
   7. $V(a)$ Modus Ponens de (5) e (6)

Exercício

Para cada grupo de premissas abaixo, qual conclusão ou conclusões relevantes podem ser tiradas? Explique as regras de inferência utilizadas para obter cada conclusão das premissas.

1. "O que é bom para as empresas é bom para o Brasil." "O que é bom para o Brasil, é bom para você." "O que é bom para as empresas é você comprar muitas coisas."
   Considere os predicados $E(x)$: "x é bom para as empresas", $B(x)$: "x é bom para o Brasil", $V(x)$: " x é bom para você" e a: você comprar muitas coisas.
   1. $(\forall x)(E(x) \rightarrow B(x))$
   2. $(\forall x)(B(x) \rightarrow V(x))$
   3. $E(a)$
   4. $E(a) \rightarrow B(a)$ Instanciação Universal (1)
   5. $B(a)$ Modus Ponens de (3) e (4)
   6. $B(a) \rightarrow V(a)$ Instanciação Universal (2)
   7. $V(a)$ Modus Ponens de (5) e (6)
   8. $B(a) \wedge V(a)$ Conjunção (5) e (7)

Use as regras de inferência para mostrar que se $\forall x(P(x) \rightarrow (Q(x) \wedge S(x)))$ e $\forall x(P(x) \wedge R(x))$ são verdadeiras, então $\forall x(R(x) \wedge S(x))$ é verdadeira.

1 $(\forall x)(P(x) \wedge R(x))$ Premissa

Use as regras de inferência para mostrar que se $\forall x(P(x) \to (Q(x) \wedge S(x)))$ e $\forall x(P(x) \wedge R(x))$ são verdadeiras, então $\forall x(R(x) \wedge S(x))$ é verdadeira.

1	$(\forall x)(P(x) \wedge R(x))$	Premissa
2	$P(a) \wedge R(a)$, para um a arbitrário	Instanciação universal a partir de (1)

Use as regras de inferência para mostrar que se $\forall x(P(x) \rightarrow (Q(x) \wedge S(x)))$ e $\forall x(P(x) \wedge R(x))$ são verdadeiras, então $\forall x(R(x) \wedge S(x))$ é verdadeira.

1 $(\forall x)(P(x) \wedge R(x))$ Premissa
2 $P(a) \wedge R(a)$, para um a arbitrário Instanciação universal a partir de (1)
3 $P(a)$ Simplificação a partir de (2)

Use as regras de inferência para mostrar que se $\forall x(P(x) \to (Q(x) \wedge S(x)))$ e $\forall x(P(x) \wedge R(x))$ são verdadeiras, então $\forall x(R(x) \wedge S(x))$ é verdadeira.

1 $(\forall x)(P(x) \wedge R(x))$ Premissa
2 $P(a) \wedge R(a)$, para um a arbitrário Instanciação universal a partir de (1)
3 $P(a)$ Simplificação a partir de (2)
4 $(\forall x)(P(x) \to (Q(x) \wedge S(x)))$ Premissa

Use as regras de inferência para mostrar que se $\forall x(P(x) \rightarrow (Q(x) \wedge S(x)))$ e $\forall x(P(x) \wedge R(x))$ são verdadeiras, então $\forall x(R(x) \wedge S(x))$ é verdadeira.

1 $(\forall x)(P(x) \wedge R(x))$ Premissa
2 $P(a) \wedge R(a)$, para um a arbitrário Instanciação universal a partir de (1)
3 $P(a)$ Simplificação a partir de (2)
4 $(\forall x)(P(x) \rightarrow (Q(x) \wedge S(x)))$ Premissa
5 $Q(a) \wedge S(a)$ Modus ponens universal a partir de (3) e (4)

Use as regras de inferência para mostrar que se $\forall x(P(x) \to (Q(x) \land S(x)))$ e $\forall x(P(x) \land R(x))$ são verdadeiras, então $\forall x(R(x) \land S(x))$ é verdadeira.

1 $(\forall x)(P(x) \land R(x))$ Premissa
2 $P(a) \land R(a)$, para um a arbitrário Instanciação universal a partir de (1)
3 $P(a)$ Simplificação a partir de (2)
4 $(\forall x)(P(x) \to (Q(x) \land S(x)))$ Premissa
5 $Q(a) \land S(a)$ Modus ponens universal a partir de (3) e (4)
6 $S(a)$ Simplificação a partir de (5)

Use as regras de inferência para mostrar que se $\forall x(P(x) \to (Q(x) \wedge S(x)))$ e $\forall x(P(x) \wedge R(x))$ são verdadeiras, então $\forall x(R(x) \wedge S(x))$ é verdadeira.

1 $(\forall x)(P(x) \wedge R(x))$ Premissa
2 $P(a) \wedge R(a)$, para um a arbitrário Instanciação universal a partir de (1)
3 $P(a)$ Simplificação a partir de (2)
4 $(\forall x)(P(x) \to (Q(x) \wedge S(x)))$ Premissa
5 $Q(a) \wedge S(a)$ Modus ponens universal a partir de (3) e (4)
6 $S(a)$ Simplificação a partir de (5)
7 $R(a)$ Simplificação a partir de (2)

Use as regras de inferência para mostrar que se $\forall x(P(x) \rightarrow (Q(x) \wedge S(x)))$ e $\forall x(P(x) \wedge R(x))$ são verdadeiras, então $\forall x(R(x) \wedge S(x))$ é verdadeira.

1 $(\forall x)(P(x) \wedge R(x))$ Premissa
2 $P(a) \wedge R(a)$, para um a arbitrário Instanciação universal a partir de (1)
3 $P(a)$ Simplificação a partir de (2)
4 $(\forall x)(P(x) \rightarrow (Q(x) \wedge S(x)))$ Premissa
5 $Q(a) \wedge S(a)$ Modus ponens universal a partir de (3) e (4)
6 $S(a)$ Simplificação a partir de (5)
7 $R(a)$ Simplificação a partir de (2)
8 $R(a) \wedge S(a)$ Conjunção a partir de (7) e (6)

Use as regras de inferência para mostrar que se $\forall x(P(x) \to (Q(x) \wedge S(x)))$ e $\forall x(P(x) \wedge R(x))$ são verdadeiras, então $\forall x(R(x) \wedge S(x))$ é verdadeira.

1 $(\forall x)(P(x) \wedge R(x))$ Premissa
2 $P(a) \wedge R(a)$, para um a arbitrário Instanciação universal a partir de (1)
3 $P(a)$ Simplificação a partir de (2)
4 $(\forall x)(P(x) \to (Q(x) \wedge S(x)))$ Premissa
5 $Q(a) \wedge S(a)$ Modus ponens universal a partir de (3) e (4)
6 $S(a)$ Simplificação a partir de (5)
7 $R(a)$ Simplificação a partir de (2)
8 $R(a) \wedge S(a)$ Conjunção a partir de (7) e (6)
9 $(\forall x)(R(x) \wedge S(x))$ Generalização universal a partir de (8)

Use as regras de inferência para mostrar que se $(\exists x)(C(x) \wedge \neg B(x))$ e $(\forall x)(C(x) \rightarrow P(x))$ são verdadeiras, então $(\exists x)(P(x) \wedge \neg B(x))$ é verdadeira.

Use as regras de inferência para mostrar que se $(\exists x)(C(x) \land \neg B(x))$ e $(\forall x)(C(x) \rightarrow P(x))$ são verdadeiras, então $(\exists x)(P(x) \land \neg B(x))$ é verdadeira.

1. $(\exists x)(C(x) \land \neg B(x))$ Premissa

Use as regras de inferência para mostrar que se $(\exists x)(C(x) \wedge \neg B(x))$ e $(\forall x)(C(x) \rightarrow P(x))$ são verdadeiras, então $(\exists x)(P(x) \wedge \neg B(x))$ é verdadeira.

1. $(\exists x)(C(x) \wedge \neg B(x))$ Premissa
2. $C(a) \wedge \neg B(a)$ Instanciação existencial a partir de (1)

Use as regras de inferência para mostrar que se $(\exists x)(C(x) \wedge \neg B(x))$ e $(\forall x)(C(x) \rightarrow P(x))$ são verdadeiras, então $(\exists x)(P(x) \wedge \neg B(x))$ é verdadeira.

1. $(\exists x)(C(x) \wedge \neg B(x))$ Premissa
2. $C(a) \wedge \neg B(a)$ Instanciação existencial a partir de (1)
3. $C(a)$ Simplificação a partir de (2)

Use as regras de inferência para mostrar que se $(\exists x)(C(x) \wedge \neg B(x))$ e $(\forall x)(C(x) \rightarrow P(x))$ são verdadeiras, então $(\exists x)(P(x) \wedge \neg B(x))$ é verdadeira.

1. $(\exists x)(C(x) \wedge \neg B(x))$ Premissa
2. $C(a) \wedge \neg B(a)$ Instanciação existencial a partir de (1)
3. $C(a)$ Simplificação a partir de (2)
4. $(\forall x)(C(x) \rightarrow P(x))$ Premissa

Use as regras de inferência para mostrar que se $(\exists x)(C(x) \wedge \neg B(x))$ e $(\forall x)(C(x) \to P(x))$ são verdadeiras, então $(\exists x)(P(x) \wedge \neg B(x))$ é verdadeira.

1. $(\exists x)(C(x) \wedge \neg B(x))$ Premissa
2. $C(a) \wedge \neg B(a)$ Instanciação existencial a partir de (1)
3. $C(a)$ Simplificação a partir de (2)
4. $(\forall x)(C(x) \to P(x))$ Premissa
5. $C(a) \to P(a)$ Instanciação Universal a partir de (4)

Use as regras de inferência para mostrar que se $(\exists x)(C(x) \wedge \neg B(x))$ e $(\forall x)(C(x) \rightarrow P(x))$ são verdadeiras, então $(\exists x)(P(x) \wedge \neg B(x))$ é verdadeira.

1. $(\exists x)(C(x) \wedge \neg B(x))$ Premissa
2. $C(a) \wedge \neg B(a)$ Instanciação existencial a partir de (1)
3. $C(a)$ Simplificação a partir de (2)
4. $(\forall x)(C(x) \rightarrow P(x))$ Premissa
5. $C(a) \rightarrow P(a)$ Instanciação Universal a partir de (4)
6. $P(a)$ Modus Ponens a partir de (3) e (5)

Use as regras de inferência para mostrar que se $(\exists x)(C(x) \wedge \neg B(x))$ e $(\forall x)(C(x) \rightarrow P(x))$ são verdadeiras, então $(\exists x)(P(x) \wedge \neg B(x))$ é verdadeira.

1. $(\exists x)(C(x) \wedge \neg B(x))$ Premissa
2. $C(a) \wedge \neg B(a)$ Instanciação existencial a partir de (1)
3. $C(a)$ Simplificação a partir de (2)
4. $(\forall x)(C(x) \rightarrow P(x))$ Premissa
5. $C(a) \rightarrow P(a)$ Instanciação Universal a partir de (4)
6. $P(a)$ Modus Ponens a partir de (3) e (5)
7. $\neg B(a)$ Simplificação a partir de (2)

Use as regras de inferência para mostrar que se $(\exists x)(C(x) \wedge \neg B(x))$ e $(\forall x)(C(x) \rightarrow P(x))$ são verdadeiras, então $(\exists x)(P(x) \wedge \neg B(x))$ é verdadeira.

1. $(\exists x)(C(x) \wedge \neg B(x))$ Premissa
2. $C(a) \wedge \neg B(a)$ Instanciação existencial a partir de (1)
3. $C(a)$ Simplificação a partir de (2)
4. $(\forall x)(C(x) \rightarrow P(x))$ Premissa
5. $C(a) \rightarrow P(a)$ Instanciação Universal a partir de (4)
6. $P(a)$ Modus Ponens a partir de (3) e (5)
7. $\neg B(a)$ Simplificação a partir de (2)
8. $P(a) \wedge \neg B(a)$ Conjunção a partir de (6) e (7)

Use as regras de inferência para mostrar que se $(\exists x)(C(x) \wedge \neg B(x))$ e $(\forall x)(C(x) \rightarrow P(x))$ são verdadeiras, então $(\exists x)(P(x) \wedge \neg B(x))$ é verdadeira.

1. $(\exists x)(C(x) \wedge \neg B(x))$ Premissa
2. $C(a) \wedge \neg B(a)$ Instanciação existencial a partir de (1)
3. $C(a)$ Simplificação a partir de (2)
4. $(\forall x)(C(x) \rightarrow P(x))$ Premissa
5. $C(a) \rightarrow P(a)$ Instanciação Universal a partir de (4)
6. $P(a)$ Modus Ponens a partir de (3) e (5)
7. $\neg B(a)$ Simplificação a partir de (2)
8. $P(a) \wedge \neg B(a)$ Conjunção a partir de (6) e (7)
9. $(\exists x)(P(x) \wedge \neg B(x))$ Generalização existencial a partir de 8