Social-Techinical Teams

22 de outubro de 2013

1 Formulação 1

Primeiramente vamos definir a instância e as variáveis utilizadas neste modelo:

Instância:

- Grafo completo $G = (V, E)$, onde $V(G)$ representa os indivíduos de uma organização e $E(G)$ relacionamentos entre pares de indivíduos
- Função peso $d_{uv} \in \mathbb{N}$ associados as arestas de $E(G)$, onde quanto menor o valor de d_{uv} maior é o grau de afinidade entre um par de indivíduos
- Conjunto S de habilidades que podem ser associados a cada vértice $u \in V(G)$
- Função binária $r(u, s)$, onde o retorno da função é 1 se u possui habilidade s, $\forall u \in V(G)$ e $\forall s \in S$
- Conjunto T de tipos de equipes (subgrafos) que deverão ser criados.
- Função de demanda $t(j, s)$ que informa quantos vértices com habilidade s são necessárias em equipes do tipo j, $\forall j \in T$ e $\forall s \in S$
- Função de demanda E_j que informa quantos subgrafos do tipo j deverão ser criados, $\forall j \in T$

Para esta formulação, considere as seguintes variáveis. Para cada indivíduo $u \in V(G)$, para cada equipe ij, onde $j \in T$, $i \in E_j$ e para cada habilidade $s \in S$, introduzimos uma variável binária X_{uijs}, relacionando os indivíduos à equipes e habilidades, onde:

$$X_{uijs} = \begin{cases} 1, & \text{se } u \text{ está na equipe } i \text{ do tipo } j \text{ assumindo habilidade } s \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}, \qquad \begin{array}{r} \forall u \in V(G), \\ \forall j \in T, \\ \forall i \in E_j, \\ \forall s \in S : r(u, s) = 1 \\ \text{e } t(j, s) \neq 0. \end{array}$$

Para cada par de vértices u e $v \in V(G)$, onde $u > v$, definimos uma variável binária Y_{uv} relacionada as arestas que serão selecionadas, onde:

$$Y_{uv} = \begin{cases} 1, & \text{se } u \text{ e } v \text{ pertecem a mesma equipe} \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}, \forall u \text{ e } v \in V(G), \text{ onde } u > v.$$

$$\begin{aligned}
min \quad & \sum_{\substack{u \text{ e } v \in V(G) \\ u > v}} d_{uv} Y_{uv} & & & (1) \\
s.a. \quad & \sum_{\substack{s \in S : r(u,s)=1 \\ t(j,s) \neq 0}} X_{uijs} + \sum_{\substack{s \in S : r(v,s)=1 \\ t(j,s) \neq 0}} X_{vijs} - Y_{uv} \leq 1, & & \forall u \text{ e } v \in V(G) : u > v, j \in J, i \in E_j. & (2) \\
& \sum_{j=1}^{|J|} \sum_{i=1}^{|E_j|} \sum_{\substack{s \in S : r(u,s)=1 \\ t(j,s) \neq 0}} X_{uijs} \leqslant 1, & & \forall u \in V(G). & (3) \\
& \sum_{u \in V(G) : r(u,s)=1} X_{uijs} \geq t_{js}, & & \forall j \in J, i \in E_j, s \in S, \text{ e } t(j,s) \neq 0. & (4)
\end{aligned}$$

Na formulação acima, a restrição (2) garante que caso u e v estejam na mesma equipe ij então a variável Y_{uv} receberá o valor 1. A restrição (3) garante que um indivíduo u seja alocado em apenas uma equipe ij assumindo apenas uma habilidade s. A restrição (4) garante que cada equipe $i \in E_j$ tenha sua demanda $t(j,s)$ de indivíduos com habilidade s satisfeita, para cada $j \in T, i \in E_j, s \in S$.