

Algoritmos Aproximativos
Lista de exercícios 1

1. Obtenha um algoritmo polinomial 2-aproximativo para o problema do subgrafo acíclico: dado um grafo direcionado G , obtenha o maior número de arestas de G sem formar um ciclo direcionado. Prove que o fator de aproximação é 2. **Dica:** numere os vértices arbitrariamente e considere o conjunto das arestas de um vértice menor para um maior e o conjunto das arestas de um vértice maior para um menor.
2. Obtenha um algoritmo polinomial 2-aproximativo para o seguinte problema de escalonamento: dadas n tarefas com tempos $t_1, \dots, t_n > 0$, encontre uma divisão das tarefas em m máquinas de modo que o máximo entre os tempos de cada máquina seja mínimo. Prove que o fator de aproximação é 2. **Dica:** Adicione a próxima tarefa sempre a máquina com menor tempo.
3. Dado um inteiro $k \geq 1$, seja MAX- k -SAT o problema de obter o maior número de cláusulas satisfatíveis de uma fórmula lógica na forma normal conjuntiva. Obtenha um algoritmo polinomial aproximativo com fator de aproximação $(1 - 2^{-k})$ para esse problema. **Dica:** Para cada variável, atribua verdadeiro ou falso dependendo do número de cláusulas ainda não satisfeitas que são satisfeitas por essa atribuição.
4. Em sala de aula, foram apresentados dois algoritmos para o Problema do Caixeiro Viajante Métrico: o algoritmo 2-aproximativo de Rosenkratz-Stearns-Lewis e o algoritmo 3/2-aproximativo de Christofides. Reescreva-os, explique seus fatores de aproximação e mostre famílias de instâncias para as quais esses algoritmos alcançam seus fatores de aproximação.
5. Explique em detalhes o FPTAS para o Problema da Mochila, apresentados em sala de aula.
6. Prove que, se $A \leq_{AP} B$ e $B \leq_{AP} C$, então $A \leq_{AP} C$.
7. Prove formalmente que, se $A \leq_{AP} B$ e $B \in PTAS$, então $A \in PTAS$.
8. Prove que SET-COVER $\leq_{AP}$ DOMINANTE e que DOMINANTE $\leq_{AP}$ SET-COVER. Obs: $\leq_{AP}$ é a *approximation preserving reduction*.
9. Prove que o P_3 -hull number de um grafo é APX-Difícil. O P_3 -hull number de um grafo é o menor número de vértices inicialmente infectados capazes de infectar o grafo inteiro de acordo com a infecção P_3 (um vértice sadio é infectado por pelo menos dois vizinhos doentes).
10. Prove que o P_3 -interval number de um grafo é $O(\log n)$ -inaproximável se $P \neq NP$. O P_3 -interval number de um grafo é o menor número de vértices inicialmente infectados capazes de infectar o grafo inteiro **em um único passo de tempo** de acordo com a infecção P_3 (um vértice sadio é infectado no tempo k se tem pelo menos dois vizinhos doentes infectados em tempos menores que k).